MATEMATIKA 8

II DALIS



MATEMATIKA 8. II DALIS

LEIDĖJŲ ŽODIS

Mieli aštuntokai,
prieš jus vadovėlis, parašytas laikantis tų pačių tradicijų, kaip ir vadovėlis 7 klasei.
Vadovėlis susideda iš dviejų dalių (I dalis – 1–6 skyriai, II dalis – 7–12 skyriai). Kad jūs galėtumėte dirbti savarankiškai, teorinė dalis yra platesnė, pateikta daugiau išspręstų pavyzdžių, bet mažiau pratimų ir užduočių. Kam uždavinių bus per mažai, atskira knygute yra išleistas uždavinynas. Kiekvienoje vadovėlio dalyje pratimai ir užduotys numeruojami iš eilės, išskyrus skyrelius „Pasitikrinkite", kurių uždaviniai numeruojami atskirai kiekviename skyriuje, o jų atsakymai pateikti kiekvienos dalies gale. Teorijos skyreliuose nuspalvintas klaustukas žymi klausimus, į kuriuos turėtų bandyti atsakyti patys mokiniai. Smulkesniu šriftu pateikta neprivaloma teorinė medžiaga. Kaip jau įprasta, sunkesnių užduočių numeriai – nuspalvinti.
Šis vadovėlis yra ilgo ir kruopštaus darbo rezultatas. Daugiau kaip metus autorių kolektyvas, leidyklos specialistai ir konsultantai, eksperimentuojantys mokytojai darė viską, kad jūs išvystumėte kiek galima geresnį ir įdomesnį vadovėlį.
Nuoširdžiai dėkojame visiems, prisidėjusiems rengiant vadovėlį.
Prašome savo pastabas, pageidavimus ir pasiūlymus siųsti adresu:
Leidykla TEV, Akademijos g. 4, LT-2021 Vilnius.

Vadovėlį rengė autorių kolektyvas:

***Nijolė Cibulskaitė*, *Kornelija Intienė*, *Aleksandras Plikusas*, *Kazimieras Pulmonas*,**
***Viktorija Sičiūnienė*, *Juozas Šinkūnas*, *Vladas Vitkus*.**

Su eksperimentiniu vadovėliu dirbo mokytojai: *V. Antanavičiūtė*, *R. Biekšienė*, *V. Bartkuvienė*, *V. Jankevičienė*, *R. Jonaitienė*, *A. Karmanova*, *S. Kavaliūnienė*, *R. Klasauskienė*, *N. Kriaučiūnienė*, *R. Kučiauskienė*, *A. Liegienė*, *L. Lukaitė*, *L. Papuškienė*, *L. Prialgauskienė*, *O. Simanavičienė*, *S. Stakninė*, *V. Stoškuvienė*, *A. Šverienė*, *A. Ūsienė*, *V. Viniautienė*, *A. Žiulpa*.

MATEMATIKA 8

II DALIS

TEV

VILNIUS 2003

UDK 51(075.3)
Ma615

Lietuvos Respublikos švietimo ir mokslo ministerijos leista naudoti 1999 06 18, grifo Nr. 266

Darbo vadovas *Valdas Vanagas*

Redaktoriai: *Juozas Mačys, Žydrūnė Stundžienė*

Programinė įranga: *Tadeuš Šeibak, Rolandas Jakštys*

Kompiuterinė grafika: *Edita Tatarinavičiūtė, Inga Paukštienė*

Teksto kompiuterinis rinkimas ir maketavimas: *Nijolė Drazdauskienė, Aldona Žalienė*

Kalbos redaktorė *Danutė Giliasevičienė*

Konsultantai: *Marytė Stričkienė, Elmundas Žalys*

Leidyklos TEV interneto svetainė www.tev.lt

ISBN 9986–546–75–3 (2 dalis)
ISBN 9986–546–64–8 (2 dalys)

TURINYS

7 TIESINĖS NELYGYBĖS



1 Tiesinė lygtis

1 UŽDAVINYS. Naudojantis sporto sale su treniruokliais reikia mokėti 20 litų mėnesinį mokestį ir už kiekvieną treniruotės valandą dar po 3 litus. Kiek valandų per mėnesį sportavo vaikinas, jei už mėnesį sumokėjo 95 litus?

Sprendimas. Sakykime, kad vaikinas sportavo x valandų. Tada jam reikia sumokėti $3x + 20$ litų. Žinodami, kad ši suma lygi 95, sudarome lygtį:

$$3x + 20 = 95,$$
$$3x + 20 - 20 = 95 - 20,$$
$$3x = 75,$$
$$\frac{3x}{3} = \frac{75}{3},$$
$$x = 25.$$

Vadinasi, vaikinas per mėnesį sportavo 25 valandas. Iš tikrųjų, $3 \cdot 25 + 20 = 95$.

Atsakymas. 25 valandas.

Uždavinį išsprendėme sudarydami lygtį. Apskritai tekstinius uždavinius dažnai patogu spręsti sudarant lygtį.
Sprendžiant lygtis galima:

- prie abiejų lygties pusių pridėti arba atimti tą patį skaičių ar reiškinį;
- abi lygties puses dauginti arba dalyti iš skaičiaus, nelygaus nuliui.

Spręsdami uždavinį iš abiejų lygties pusių atėmėme skaičių 20 ir po to abi lygties puses padalijome iš 3.

Užduotis. Panagrinėkite 2 uždavinio sprendimą ir paaiškinkite, kaip buvo išspręsta lygtis.

2 UŽDAVINYS. Pitagoras, paklaustas, kiek jo mokykloje mokosi mokinių, atsakė: pusė mokinių mokosi tik matematikos, ketvirtoji dalis — tik muzikos, septintoji dalis — tik astronomijos, o 3 mokosi tik retorikos.
Kiek mokinių mokėsi Pitagoro mokykloje?

Sprendimas. Tarkime, kad Pitagoras turėjo x mokinių. Tada $\frac{1}{2}x$ mokėsi matematikos, $\frac{1}{4}x$ — muzikos, $\frac{1}{7}x$ — astronomijos, o 3 — retorikos.
Iš viso buvo x mokinių, todėl

$$\frac{1}{2}x + \frac{1}{4}x + \frac{1}{7}x + 3 = x.$$

Sprendžiame gautąją lygtį:

$$28 \cdot \frac{1}{2}x + 28 \cdot \frac{1}{4}x + 28 \cdot \frac{1}{7}x + 28 \cdot 3 = 28x,$$
$$14x + 7x + 4x + 84 = 28x,$$
$$25x + 84 = 28x,$$
$$25x - 28x + 84 = 28x - 28x,$$
$$-3x + 84 = 0,$$
$$-3x + 84 - 84 = 0 - 84,$$
$$-3x = -84,$$
$$\frac{-3x}{-3} = \frac{-84}{-3},$$
$$x = 28.$$

Patikrinkime, ar gautas lygties sprendinys tenkina uždavinio sąlygą: pusė mokėsi matematikos, t. y. 14 mokinių, ketvirtadalis — muzikos, t. y. 7 mokiniai, septintadalis — astronomijos, t. y. 4 mokiniai, ir dar 3 mokiniai — retorikos. Vadinasi, iš viso Pitagoro mokykloje mokėsi: $14 + 7 + 4 + 3 = 28$ (mokiniai).

Atsakymas. 28 mokiniai.

Spręsdami 1 ir 2 uždavinius sudarėme lygtis:

$$3x + 20 = 95 \quad \text{ir} \quad \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}x + \frac{1}{7}x + 3 = x,$$

kurias suvedėme į pavidalą $ax = b$, t. y. $3x = 75$ ir $-3x = -84$.

Lygtį, kurią galima užrašyti pavidalu $ax = b$ (a ir b skaičiai, x — nežinomasis), vadiname tiesine lygtimi su vienu nežinomuoju.

Lygties sprendiniu vadinama nežinomojo reikšmė, su kuria lygtis tampa teisinga lygybe.

Pavyzdžiui, lygties

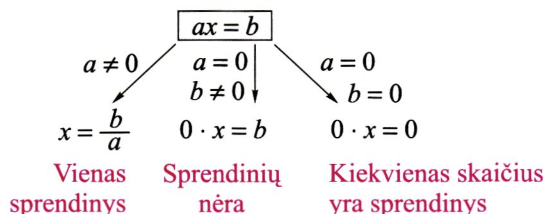
$$5x + 10 = 11x - 2$$

sprendinys yra skaičius 2, nes kai $x = 2$, tai $5 \cdot 2 + 10 = 11 \cdot 2 - 2$.

Užduotis. Sugalvokite lygtį, kurios sprendinys būtų skaičius -3.

Tiesinė lygtis $ax = b$, priklausomai nuo a ir b, gali turėti vieną sprendinį, neturėti sprendinių arba turėti be galo daug sprendinių.

- Jei $a \neq 0$, tai lygtis turi *vienintelį sprendinį* $x = \frac{b}{a}$.
- Jei $a = 0$, o $b \neq 0$, tai su kiekviena x reikšme gausime neteisingą lygybę $0 \cdot x = b$. Vadinasi, šiuo atveju *lygtis sprendinių neturi.*
- Jei $a = 0$ ir $b = 0$, tai su kiekviena x reikšme gausime teisingą lygybę $0 \cdot x = 0$. Taigi *kiekviena x reikšmė yra lygties sprendinys* (jų yra be galo daug).



Vienas sprendinys — Sprendinių nėra — Kiekvienas skaičius yra sprendinys

Išspręsti lygtį — reiškia rasti visus jos sprendinius arba nustatyti, kad lygtis sprendinių neturi.

Pavyzdžiui, išspręskime lygtis:

a) $5x - 2 = 3x + 10,$
$5x - 3x = 10 + 2,$
$2x = 12,$
$x = 6.$
Atsakymas. $x = 6.$

b) $7x + 2 = 7x - 4,$
$7x - 7x = -4 - 2,$
$0 \cdot x = -6.$
Nėra nei vienos x reikšmės, su kuria galiotų lygybė $0 \cdot x = -6.$
Atsakymas. Sprendinių nėra.

c) $2x - 4 = 4(0{,}5x - 1),$
$2x - 4 = 2x - 4,$
$2x - 2x = -4 + 4,$
$0 \cdot x = 0.$
Su visomis x reikšmėmis galioja lygybė $0 \cdot x = 0.$
Atsakymas. Sprendinys — bet kuris skaičius.

Užduotis. Sugalvokite ir užrašykite tiesinę lygtį su vienu nežinomuoju, kad ji:
a) turėtų vieną sprendinį;
b) neturėtų sprendinių;
c) turėtų be galo daug sprendinių.

Pratimai ir uždaviniai

1. Išspręskite lygtis (žodžiu):

a) $7x = 28$ b) $-8x = 40$ c) $-4x = 0$
d) $-18x = -36$ e) $x - 4 = -4$ f) $-x - 2 = -x$
g) $\frac{x}{2} = 10$ h) $\frac{2x}{-15} = 0$ i) $\frac{3x-6}{5} = 0$
j) $x^2 = 25$ k) $\sqrt{x} = 5$ l) $|x| = 1$

2. Išspręskite lygtis:

a) $8x - 7 + x = 9x - 3 - 4x$;
b) $9x + 6 + 14x = x + 5 + 24x$;
c) $10x + 40 - 3x = 98 - 9x - 26$;
d) $12x + 7 + 11x = 2x + 5 + 21x$;
e) $-7x - 5(12 - 3x) = 13x - 8(3x - 2)$;
f) $4(t + 1{,}5) = 8(1 - t) + 2(1{,}25t - 1)$;
g) $3(y + 4) = 7(2y - 1) - 6(11 - y)$;
h) $-5(a + 12) = 8(1 - 7a) - 17(2 - 3a)$.

3. Raskite lygties sprendinį ir suapvalinkite iki šimtųjų:



a) $4x = 154$; b) $15x = 438$; c) $-43x = 27$; d) $-81x = -258$.

4. Išspręskite lygtis:

a) $\frac{4x}{9} - \frac{5x}{12} = 1$; b) $\frac{x}{3} + \frac{x}{4} = 15$; c) $\frac{3x}{2} + \frac{x}{6} - \frac{2x}{9} = 13$; d) $\frac{5x}{11} - \frac{3x}{7} = -3$.

5. Vyriausias brolis sveria du kartus daugiau už seserį, o sesuo sveria 3 kartus daugiau už mažąją sesutę. Visi kartu jie sveria 100 kg. Kiek sveria mažoji sesutė?

6. Kiek mergaitei metų, jei ji tris kartus jaunesnė už mamą, mama 2 metais jaunesnė už tėvą, o kartu jiems 100 metų?

7. Žalvaris — vario ir cinko lydinys. Šių metalų masių santykis žalvaryje yra 3 : 2. Žalvario lydiniui buvo paimta 420 g vario. Kiek buvo paimta cinko?

8. Skaičių 5005 padalykite į dalis, proporcingas skaičiams:

a) 2 ir 3; b) 4 ir 7; c) 3 ir 10; d) $\frac{1}{3}$ ir $\frac{1}{4}$; e) 2 ir $\frac{1}{2}$.

9. Skaičių 2478 padalykite į dalis, proporcingas skaičiams:

a) 2; 5 ir 7; b) $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{5}$ ir $\frac{1}{7}$.

10. Kapitonas, paklaustas, kiek žmonių yra jo kuopoje, atsakė, kad $\frac{2}{5}$ kuopos yra sargyboje, $\frac{2}{7}$ — dirba, $\frac{1}{4}$ — ligoninėje ir dar 27 žmonės čia pat. Kiek žmonių yra kuopoje?

11. Išspręskite lygtis, išskaidę kairę lygties pusę dauginamaisiais:

a) $x^2 - 25 = 0$ b) $y^2 - \frac{1}{16} = 0$ c) $0{,}25 - x^2 = 0$
d) $3x^2 - 27 = 0$ e) $9m^2 - 16 = 0$ f) $4x^2 - 81 = 0$
g) $\frac{1}{16}p^2 - \frac{4}{49} = 0$ h) $0{,}36y^2 - 1 = 0$ i) $-100 + 0{,}01p^2 = 0$

12. Išspręskite lygtis dviem būdais:

a) $(x+3)^2-(x-2)^2=95$
b) $(x-5)^2-(x+1)^2=48$
c) $(y+1)^2-(y-4)^2=5$
d) $(2-y)^2-(7-y)^2=-25$
e) $(2x-3)^2-(3x-2)^2=0$
f) $\left(\frac{1}{5}-3y\right)^2-\left(\frac{1}{5}y-3\right)^2=0$

Pavyzdys. Išspręskime lygtį $(x-3)^2-(x+2)^2=-5$.

Sprendimas.

I būdas.

$(x-3)^2-(x+2)^2=-5,$
$x^2-6x+9-(x^2+4x+4)=-5,$
$x^2-6x+9-x^2-4x-4=-5,$
$-10x+5=-5,$
$-10x=-10,$
$x=1.$

II būdas.

$\big((x-3)-(x+2)\big)\big((x-3)+(x+2)\big)=-5,$
$(x-3-x-2)(x-3+x+2)=-5,$
$-5(2x-1)=-5,$
$2x-1=1,$
$2x=2,$
$x=1.$

Atsakymas. 1.

---

13. a) Stačiakampio ilgis 2 kartus didesnis už jo plotį. Jei stačiakampio ilgį padidintume 4 dm, o plotį sumažintume 5 dm, tai stačiakampio plotas sumažėtų 32 dm^2. Koks stačiakampio ilgis ir plotis?

b) Jei kvadrato vieną kraštinę sumažintume 24 m, o kitą 3 m, tai gautojo stačiakampio plotas būtų 14,4 m^2 mažesnis už kvadrato plotą. Koks kvadrato kraštinės ilgis?

14. Išspręskite lygtis:

a) $|x+3|=4$
b) $|4-x|=3$
c) $|5-x|=-4$
d) $|7+x|=0$
e) $|5x|=25$
f) $\left|\frac{x}{2}\right|=-4$

15. Raskite x iš proporcijų:

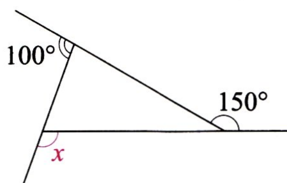
a) $x:15=140:35$
b) $3:405=x:210$
c) $\frac{x}{0{,}7}=\frac{0{,}05}{0{,}035}$
d) $\frac{5{,}5}{x}=\frac{0{,}75}{75}$
e) $7\frac{1}{2}:4\frac{1}{2}=x:8\frac{1}{3}$
f) $\frac{3}{10}:0{,}18=\frac{9}{100}:x$

16. Pasak padavimo, čekų valdovė Liubaša nusprendė ištekėti už to iš besiperšančiųjų, kuris sugebės išspręsti uždavinį:

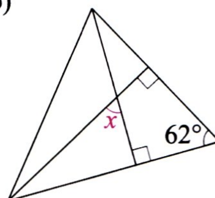
„Karalaitė pirmam besiperšančiajam iš krepšelio davė pusę jame buvusių slyvų ir dar vieną, antram besiperšančiajam — pusę likučio ir dar vieną slyvą, trečiam — vėl pusę likusių slyvų ir dar tris. Krepšelyje nebeliko nė vienos slyvos. Kiek slyvų buvo krepšelyje?“.

17. Apskaičiuokite kampą x:

a)

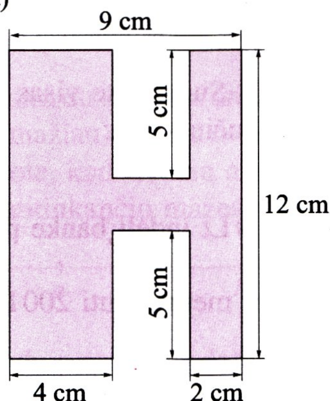


b)

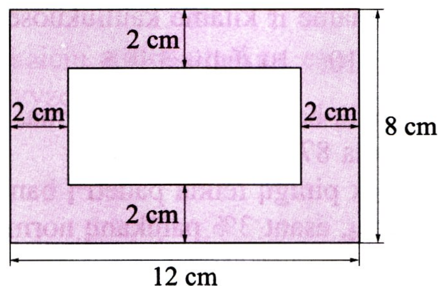


18. Apskaičuokite kiekvienos figūros plotą:

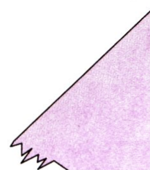
a)



b)

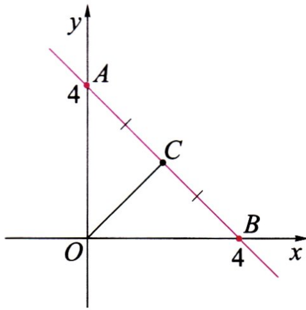


19. Nudužo trikampio formos stiklo kampas. Kaip stiklius pagal likusią dalį galėtų išpjauti tokios pat formos stiklą?



20. Kalkinant dirvą, priklausomai nuo dirvos rūgštingumo į ją beriama 200–400 g į m^2 kalkių. Ar pakaks $0{,}7\,m^3$ kalkių 10 arų sklypui? ($1\,m^3$ kalkių sveria 600 kg.)

21. Per taškus $A(0; 4)$ ir $B(4; 0)$ nubrėžta tiesė AB.



1) Kam lygios trikampio AOB kraštinės OA ir OB?
2) Koks yra trikampis AOB?
3) Paaiškinkite, kodėl atstumas nuo taško O iki tiesės AB yra OC.
4) Įrodykite, kad $AB = 4\sqrt{2}$.
5) Apskaičiuokite OC.
6) Raskite taško C koordinates.

22. Apskaičiuokite reiškinio reikšmę:

a) $0{,}01 \cdot (-0{,}5)^{-3}$ b) $-0{,}125^{-2} : \left(\frac{1}{16}\right)^{-1}$

c) $0{,}25^2 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{-3} + 5^0$ d) $-4^{-1} \cdot 5 + 2{,}5^2 - 2^{-2} : 4^{-1}$

23. Ridenami du skirtingų spalvų lošimo kauliukai. Surašykite visas baigtis, kai viename ir kitame kauliukuose atvirtusių akučių suma:

a) lygi 10; b) dalijasi iš 5.

24. a) Kokia banko palūkanų norma, jeigu už 2500 Lt indėlį banke po metų gauta 87,5 Lt palūkanų?
b) Kiek pinigų reikia padėti į banką, norint per metus gauti 200 Lt palūkanų, esant 3% palūkanų normai?

25. Į varžybas atvyko 117 vaikų. Jie suskirstomi į grupes po 4 ir po 7. Koks didžiausias galimas grupių po 4 vaikus skaičius, jei visos grupės yra pilnos?

A 21 **B** 22 **C** 23 **D** 24 **E** 25 **F** 29

2 Skaičių ir reiškinių palyginimas

Vaikinas laikraštyje perskaitė du skelbimus.

Sporto klubas
STIPRUOLIAI

Mėnesiui – **20 Lt**
Vienos valandos
treniruotė – **3 Lt**

Pakalnės g.147, II korpusas, III a.
Tel.: 222-333, 555-666

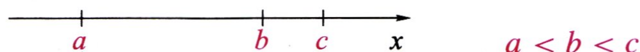
SPORTO KLUBAS
GALIŪNAI

Mėnesinis mokestis –10 Lt
Vienos valandos treniruotė – 3,5 Lt

Mūsų adresas:
Kalno g.15

Vaikinas per mėnesį norėtų treniruotis 30 valandų. Kurio klubo nariu jam labiau apsimoka tapti?
Klube „Stipruoliai“ 30 valandų treniruočių jam kainuos $20 + 3 \cdot 30 = 110$ (Lt), o klube „Galiūnai“ jis sumokės $10 + 3{,}5 \cdot 30 = 115$ (Lt).
Palyginęs abi sumas, jis nutarė sportuoti „Stipruolių“ klube, nes ten jis mokės mažiau ($110 < 115$).

Lygindami du skaičius arba reiškinius, paprastai rašome ženklą „ $>$ “ (daugiau), „ $<$ “ (mažiau) arba „ $=$ “ (lygu).
Jau žinote, kad skaičių ašyje didesnį skaičių atitinka taškas, esąs į dešinę nuo taško, atitinkančio mažesnį skaičių. Pavyzdžiui,



Ne visada patogu naudotis skaičių tiese lyginant du skaičius.

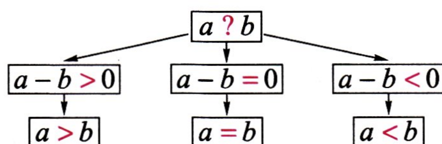
1 užduotis. Palyginkite skaičius, parašydami ženklą $>$, $<$ arba $=$:
a) $\frac{3}{7}$ ir $\frac{5}{6}$; b) 7,4829 ir 7,4831; c) $\frac{4}{5}$ ir 0,8.

Šią užduotį turbūt atlikote taip:
a) subendravardiklinote trupmenas ir parašėte ženklą „ $<$ “;
b) palyginote skyrių skaitmenis ir parašėte ženklą „ $<$ “;
c) pakeitėte dešimtainę trupmeną paprastąja (arba paprastąją dešimtaine) ir parašėte ženklą „ $=$ “.

Dažnai patogus ir toks būdas: apskaičiuojamas skaičių skirtumas ir nustatoma, ar jis yra teigiamas ar neigiamas, ar lygus nuliui.

Skaičius a didesnis už skaičių b, jei skirtumas a − b yra teigiamas.
Skaičius a mažesnis už skaičių b, jei skirtumas a − b yra neigiamas.
Skaičius a lygus skaičiui b, jei skirtumas a − b lygus nuliui.

Pavyzdžiui:
$5 > 3$, nes $5 - 3 = 2 > 0$;
$-3 < -1$, nes $-3 - (-1) = -2 < 0$;
$4 = 4$, nes $4 - 4 = 0$.



1 UŽDAVINYS. Palyginkite skaičius a ir b, jei skirtumas $a - b$ lygus 8; −2; 0.

Sprendimas.
Kadangi $a - b = 8 > 0$, tai $a > b$.
Kadangi $a - b = -2 < 0$, tai $a < b$.
Kadangi $a - b = 0$, tai $a = b$.

2 užduotis. Pritaikykite šį būdą 1 užduoties pavyzdžiams.

2 UŽDAVINYS. Įsitikinkite, kad reiškinio $(x-2)(x-6)$ reikšmė yra mažesnė už reiškinio $(x-4)^2$ reikšmę su kiekviena kintamojo x reikšme, t. y. teisinga nelygybė $(x-2)(x-6) < (x-4)^2$.

Sprendimas. Raskime reiškinių $(x-2)(x-6)$ ir $(x-4)^2$ skirtumą.

$$(x-2)(x-6) - (x-4)^2 = x^2 - 6x - 2x + 12 - (x^2 - 8x + 16) =$$
$$= x^2 - 8x + 12 - x^2 + 8x - 16 = -4.$$

Su kiekviena x reikšme šis skirtumas yra neigiamas ($-4 < 0$). Vadinasi, yra teisinga nelygybė $(x-2)(x-6) < (x-4)^2$.

Bet kuriems dviem skaičiams a ir b yra teisingas tik vienas šių sąryšių: $a > b$, $a < b$, $a = b$.

Jei $a > b$, tai $b < a$; jei $a < b$, tai $b > a$.

Nelygybė $a \geqslant b$ reiškia, kad $a > b$ arba $a = b$. Skaitome: „a daugiau arba lygu b“, arba „a ne mažesnis už b“.
Nelygybė $a \leqslant b$ reiškia, kad $a < b$ arba $a = b$. Skaitome: „a mažiau arba lygu b“, arba „a ne didesnis už b“.

Nelygybės, kuriose yra ženklas $>$ arba $<$, vadinamos *griežtosiomis*, o nelygybės, kuriose yra ženklas $\geqslant$ arba $\leqslant$, vadinamos *negriežtosiomis*.

Pratimai ir uždaviniai

26. Palyginkite skaičius a ir b, parašydami ženklą $>$, $<$ arba $=$, kai:
a) $a - b = -0{,}2$; b) $a - b = 0$; c) $a - b = 2{,}2$.

27. a) Žinoma, kad $m > n$. Ar gali skirtumas $m - n$ būti lygus 2,3; -5; 0?
b) Žinoma, kad $m \geqslant n$. Ar gali skirtumas $m - n$ būti lygus 4; $-3{,}6$; 0?

28. Palyginkite reiškinių $2a(a - 4)$ ir $(a - 2)(2a - 4)$ reikšmes, kai $a = 6$; -4; 0. Įsitikinkite, kad su kiekviena a reikšme pirmojo reiškinio reikšmė yra mažesnė už antrojo reiškinio reikšmę.

29. Palyginkite reiškinių $5x(x+2)$ ir $(5x - 10)(x+4)$ reikšmes, kai $x = 0{,}5$; $-\frac{1}{5}$; 0. Įsitikinkite, kad su kiekviena x reikšme pirmojo reiškinio reikšmė yra didesnė už antrojo reiškinio reikšmę.

30. Įsitikinkite, kad su kiekviena x reikšme nelygybė yra teisinga:

a) $(x + 2)(x - 5) < (x + 1)(x - 4)$;
b) $(x - 4)(x + 2) > (x - 5)(x + 3)$;
c) $(2x - 3)(x - 3) > (x - 1)(x - 8)$;
d) $(5 - x)(7 + 2x) < (2 - x)(1 + 2x)$.

31. Nustatykite, ar šios nelygybės yra teisingos su kiekviena y reikšme:

a) $(y - 4)(y + 6) < (y + 2)(y - 2)$ b) $36y^2 - 2 > (6y - 5)(6y + 5)$
c) $(7 - 2y)(7 + 2y) < 49 - y(4y + 1)$ d) $(5y + 2)^2 > 5y(y + 4)$

32. Prie kiekvieno iš skaičių -1, 0, 1, 2 pridėtas tas pat skaičius m. Palyginkite gautų kraštinių ir vidurinių skaičių sandaugas. Ar rezultatas priklauso nuo m reikšmės?

33. Teiginį „Teigiamojo skaičiaus ir jam atvirkštinio skaičiaus suma ne mažesnė už 2“ užrašykite nelygybe. Pasirinkę kelias reikšmes, įsitikinkite, ar ji teisinga.

34. Jei $a \geqslant 0$ ir $b \geqslant 0$, tai teisinga nelygybė $\frac{a+b}{2} \geqslant \sqrt{ab}$. Pasirinkę kelias a ir b reikšmes, įsitikinkite tuo.

35. Palyginkite reiškinių reikšmes:

a) $2{,}8 - 3 \cdot (-4{,}2)$ ir $(2{,}8 - 3) \cdot (-4{,}2)$;
b) $-5 \cdot 1{,}25 + 10{,}25$ ir $-5(1{,}25 + 10{,}25)$;
c) $\frac{0{,}2 \cdot 0{,}0032 \cdot 0{,}15}{0{,}08 \cdot 0{,}5}$ ir $\frac{0{,}3 \cdot 0{,}048 \cdot 0{,}17}{0{,}51 \cdot 0{,}0016 \cdot 0{,}9}$.

36. Palyginkite:

a) $2^{10} \cdot 5^9$ ir 10^9 b) 14^{11} ir $2^{10} \cdot 7^{12}$

c) 6^{15} ir $2^{16} \cdot 3^{12}$ d) $5^{11} \cdot 6^{13}$ ir 30^{12}

Pavyzdys. $3^{13} \cdot 5^{15}$ ir 15^{14}:

$3^{13} \cdot 5^{15} = 3^{13} \cdot 5^{13} \cdot 5^2 = (3 \cdot 5)^{13} \cdot 5^2 = 15^{13} \cdot 25,$

$15^{14} = 15^{13} \cdot 15,$

$15^{13} \cdot 25 > 15^{13} \cdot 15$, todėl $3^{13} \cdot 5^{15} > 15^{14}$.

---

37. Pakelkite kvadratu:

a) $(3+a)^2$; b) $(x-8)^2$; c) $(2y-10x)^2$; d) $(7m+6n)^2$.

38. Apklausus 300 žmonių, kaip jie praleidžia laisvalaikį, gauti tokie duomenys (kiekvienas apklaustasis galėjo pasirinkti tik vieną iš pateiktų atsakymų):

sportuoja — 30%, žiūri televizorių — 25%, skaito — 20%, keliauja — 10%, veikia ką kita — 15%. Įsivaizduokite, kad šie duomenys pavaizduoti skrituline diagrama. Apskaičiuokite, koks bus išpjovos, vaizduojančios skaitančiuosius, kampas.

39. Lentelėje pateikti varžybose dalyvavusių mokinių skaičiai.



	Septintokai	Aštuntokai	Devintokai
Mergaitės	16	18	24
Berniukai	14	19	20

a) Kiek iš viso mokinių dalyvavo varžybose?

b) Užrašykite trupmena, kurią dalyvavusių varžybose mokinių dalį sudaro aštuntokai.

c) Kiek procentų (1% tikslumu) devintokų skaičiaus sudaro septintokų skaičius?

d) Ko daugiau — mergaičių ar berniukų — dalyvavo varžybose? Kiek procentų daugiau (1% tikslumu)?

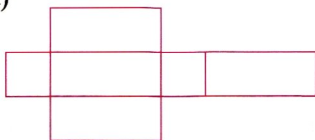
40. Suprastinkite reiškinį ir apskaičiuokite jo reikšmę:

a) $1\frac{3}{5}x^{-1}y^8 \cdot 5x^3y^{-7}$, kai $x = -0{,}2$, $y = 0{,}7$;

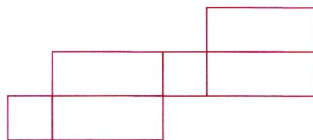
b) $\frac{5}{7}x^{-3}y^4 \cdot 35x^3y^{-5}$, kai $x = -81$, $y = 0{,}2$.

41. Kuri figūra yra stačiakampio gretasienio išklotinė?

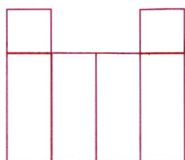
a)



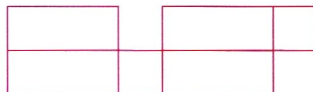
b)



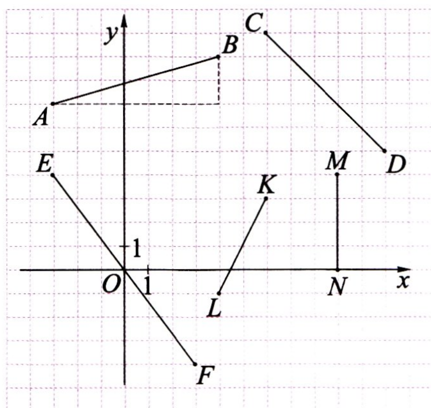
c)



d)

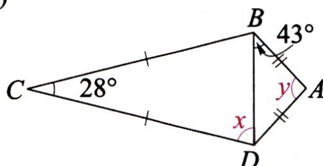


42. Raskite pavaizduotų atkarpų ilgius.

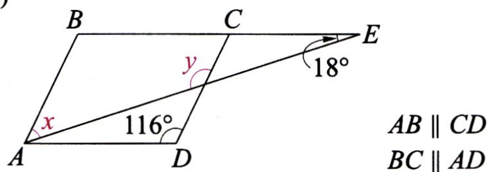


43. Raskite kampus x ir y:

a)



b)



44. Vienoje seniūnijoje yra trys gyvenvietės A, B ir C. Gyvenvietė B yra už 8 km į pietvakarius nuo A, o C — už 4 km į rytus nuo B. Kitoje seniūnijoje yra kitos trys gyvenvietės L, P ir M. Gyvenvietė M yra už 4 km į pietus nuo P, o L — už 8 km į pietryčius nuo P. Nubraižykite abiejų seniūnijų planus masteliu 1 cm : 2 km ir įrodykite, kad atstumas tarp gyvenviečių A ir C lygus atstumui tarp gyvenviečių M ir L.

3 Skaitinių nelygybių savybės

Paimkime, pavyzdžiui, akivaizdžiai teisingą nelygybę $6 < 8$. Pridėdami, atimdami, daugindami ir dalydami abi nelygybės puses iš to paties skaičiaus žiūrėkime, ar nelygybė liks teisinga.

I. Prie abiejų pusių pridėkime 2:

$$6 < 8,$$
$$6+2 < 8+2,$$
$$8 < 10;$$

Iš abiejų pusių atimkime 2:

$$6 < 8,$$
$$6-2 < 8-2,$$
$$4 < 6.$$

1 užduotis. Tą patį atlikite su nelygybe $10 > 8$.

Prie teisingos skaitinės nelygybės abiejų pusių pridėję (arba atėmę) tą patį skaičių, gauname teisingą nelygybę.

II. Abi puses padauginkime iš 2:

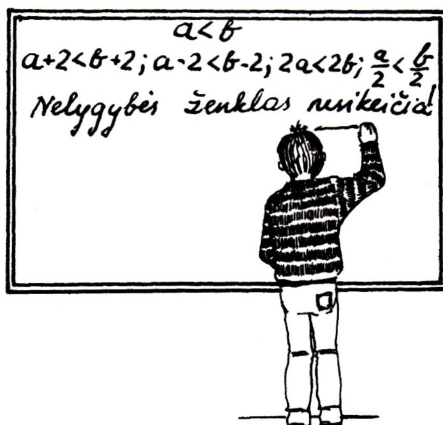
$$6 < 8,$$
$$6 \cdot 2 < 8 \cdot 2,$$
$$12 < 16;$$

Abi puses padalykime iš 2:

$$6 < 8,$$
$$6 : 2 < 8 : 2,$$
$$3 < 4.$$

2 užduotis. Tą patį atlikite su nelygybe $10 > 8$.

Teisingos skaitinės nelygybės abi puses padauginę (arba padaliję) iš to paties ***teigiamojo*** *skaičiaus, gauname teisingą nelygybę.*



III. Abi puses padauginkime iš -2:

$$6 < 8;$$
$$6 \cdot (-2) = -12,$$
$$8 \cdot (-2) = -16.$$

Kadangi $-12 > -16$, tai

$$6 \cdot (-2) > 8 \cdot (-2),$$
$$-12 > -16;$$

Abi puses padalykime iš -2:

$$6 < 8;$$
$$6 : (-2) = -3,$$
$$8 : (-2) = -4.$$

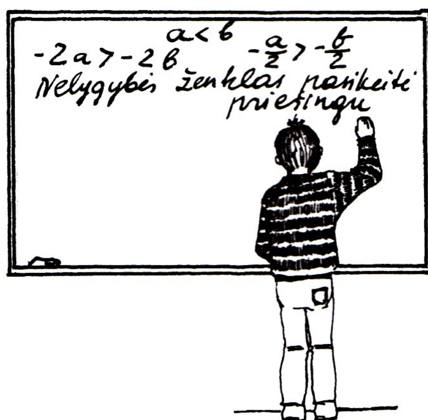
Kadangi $-3 > -4$, tai

$$6 : (-2) > 8 : (-2),$$
$$-3 > -4.$$

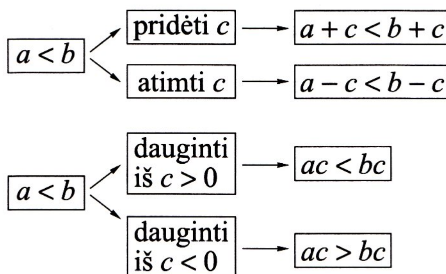
Atkreipkite dėmesį, kad nelygybės ženklas pasikeitė priešingu.

3 užduotis. Tą patį atlikite su nelygybe $10 > 8$.

Teisingos skaitinės nelygybės abi puses dauginant (arba dalijant) iš to paties ***neigiamojo*** *skaičiaus, nelygybės ženklas keičiasi priešingu.*



4 užduotis. Panagrinėję schemą, analogiškai pavaizduokite nelygybės $a < b$ abiejų pusių dalybą iš c ($c \neq 0$).



Pratimai ir uždaviniai

45. Parašykite nelygybę, kurią gausite:

a) prie abiejų nelygybės $24 > -10$ pusių pridėję skaičių -10; $3{,}5$; $2\frac{1}{3}$;

b) iš abiejų nelygybės $-5 < 13$ pusių atėmę skaičių 4; $-2{,}5$; $4\frac{2}{5}$;

c) abi nelygybės $18 > -20$ puses padauginę iš 3; -2; $-\frac{1}{2}$; $0{,}3$;

d) abi nelygybės $-36 < 12$ puses padalije iš -6; $\frac{1}{6}$; 12; $-0{,}5$.

46. Žinome, kad $m > n$. Parašykite nelygybę, kurią gausite:

a) prie abiejų šios nelygybės pusių pridėję skaičių 4; -6;

b) iš abiejų nelygybės pusių atėmę skaičių 9; -2;

c) abi nelygybės puses padauginę iš 4; -2; $-\frac{1}{3}$; $0{,}4$;

d) abi nelygybės puses padalije iš 5; -1; $\frac{2}{3}$; $0{,}25$.

47. Žinome, kad $a < b$. Koks ženklas ($<$ ar $>$) turėtų būti parašytas vietoj kvadratėlio:

a) $1{,}2a$ ■ $1{,}2b$ b) $-100a$ ■ $-100b$

c) $\frac{a-10}{3}$ ■ $\frac{b-10}{3}$ d) $-\frac{a}{11}$ ■ $-\frac{b}{11}$?

48. Koks skaičiaus m ženklas, jei žinoma, kad:

a) $15m > 12m$; b) $-15m > -12m$; c) $-6m > 2m$; d) $0{,}25m < -4m$?

49. Žinoma, kad $5 < a < 6$. Įvertinkite reiškinio reikšmę:

a) $2a$; b) $-a$; c) $a + 2{,}5$; d) $3{,}1 - a$; e) $3a + 4$.

Pavyzdys. Įvertinkite reiškinio $2 - a$ reikšmę, kai $3 < a < 8$.

Sprendimas.

Padauginkime kiekvieną nelygybės narį iš -1.

Dauginant iš neigiamojo skaičiaus, nelygybė keičia ženklą priešingu, todėl $-3 > -a > -8$.

Parašykime gautąją nelygybę mums įprastu būdu: $-8 < -a < -3$.

Pridėkime prie abiejų nelygybės pusių skaičių 2: $2 - 8 < 2 - a < 2 - 3$.

Gauname: $-6 < 2 - a < -1$.

---

50. Lygiakraščio trikampio kraštinė lygi a cm. Įvertinkite jo perimetrą, kai:

a) $2{,}5 < a < 2{,}6$; b) $5\frac{1}{3} < a < 5\frac{1}{2}$.

51. Žinodami, kad $4{,}12 < \sqrt{17} < 4{,}13$, įvertinkite reikšmę reiškinio:

a) $2\sqrt{17}$; b) $-0{,}5\sqrt{17}$; c) $\sqrt{17} + 0{,}72$; d) $2{,}4 - \sqrt{17}$.

52. Palyginkite skaičius x ir y, jei jų skirtumas lygus:

a) 2,3; b) −3,4; c) 0.

53. Apskaičiuokite:

a) $\frac{\frac{4}{15}\cdot 3\frac{3}{4}}{1,2}+\frac{1\frac{4}{3}\cdot\frac{3}{7}}{1,5}$ b) $\frac{2\frac{3}{7}\cdot\frac{7}{17}}{2,4}+\frac{\frac{5}{11}\cdot 2\frac{1}{5}}{2,5}$

c) $\frac{\frac{24}{25}\cdot 1\frac{7}{8}}{4,8}+\frac{3,5\cdot 1\frac{3}{7}}{4,5}$ d) $\frac{\frac{5}{13}\cdot 2,6}{1,8}+\frac{\frac{3}{7}\cdot 4\frac{2}{3}}{2,7}$

54. Kuris skaičius mažesnis:

a) 5^{10} ar $4\cdot 5^{9}$ b) $(-3)^{5}$ ar $-3\cdot(-3)^{4}$

c) $6\cdot 10^{6}$ ar $0,6\cdot 10^{7}$ d) $-2\cdot(-3)^{20}$ ar $(-3)^{21}$?

55. Pakelkite kvadratu:

a) $\left(2x^2-3y^2\right)^2$ b) $\left(3p^3+2q^2\right)^2$

c) $\left(\frac{2}{3}mx+\frac{3}{5}y\right)^2$ d) $\left(\frac{2}{5}q-\frac{5}{7}bc\right)^2$

56. Pakeiskite sandauga:

a) $8m^2n^2+10mn^2$ b) $6x^3y^3-12x^2y^2$

c) $18xy^3-9y^4$ d) $3a^3b^3+15a^4b^4$

57. Kurios iš lygybių yra tapatybės:

a) $(x+6)(x-7)+x=(x+5)(x-5)-17$;

b) $3(x^2+2)-2(x^2-3)=(x+3)^2-6x$;

c) $(x+10)(x-10)-(100-x^2)=(x+10)^2+(x-10)^2$;

d) $(2x+1)(x+2)-15=(x-3)(2x+4)+5x$?

58. Išspręskite lygtis:

a) $\frac{2}{5}(4+x)=6$ b) $\frac{2}{3}(c-10)=8$

c) $4=\frac{1}{2}(2y+1)$ d) $1\frac{1}{3}(y+5)=2y$

e) $\frac{3}{7}(x+4)=3x$ f) $5y=1\frac{2}{3}(6-y)$

59. Suprastinkite reiškinius:

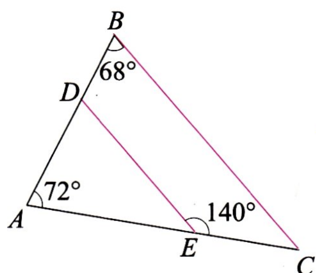
a) $3xy\cdot 6y$ b) $-5a^2b\cdot 2b^2$

c) $a\cdot(-2a^2)\cdot 3a^3$ d) $\frac{1}{5}m^3\cdot 25m^2\cdot(-2m)$

60. Raskite skaičių 4, 8, 8, 6, 10, 12, 6:

a) vidurkį; b) medianą.

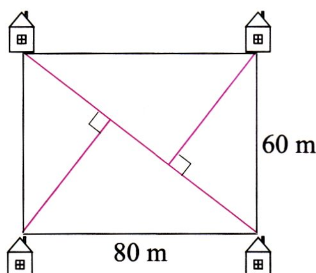
61. a) Įrodykite, kad $DE \parallel BC$.
b) Raskite $\angle BDE$.



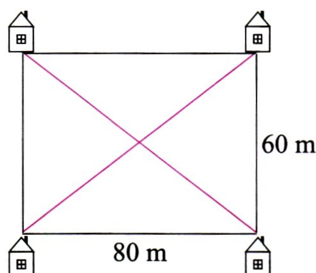
62. Rombo formos parko plotas $1452\,m^2$. Takelių, einančių per įstrižaines, ilgių santykis 3 : 4. Norima parko pakraščius kas 5 m apsodinti medeliais. Kiek medelių reikės?

63. Keturi nykštukai pasistatė namelius stačiakampio žemės sklypo, kurio matmenys $80\,m \times 60\,m$, kampuose. Namelius jie ketina sujungti keliukais pagal vieną iš 3 projektų:

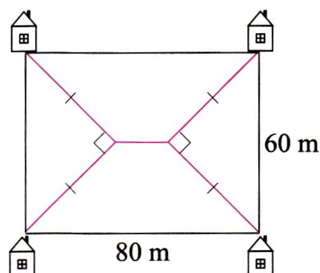
a)



b)



c)



Kuriuo atveju bendras keliukų ilgis yra mažiausias?

4 Skaičių intervalai

Skaičių tiesėje pažymėkime taškus −4 ir 2. Kiekvieną tašką tarp jų atitinka skaičius, didesnis už −4 ir mažesnis už 2.
Teisingas ir atvirkščias teiginys: jei skaičius x tenkina sąlygą

$$-4 < x < 2,$$

tai jis vaizduojamas tašku, esančiu tarp taškų, kurių koordinatės −4 ir 2. Sakoma, kad visi skaičiai x, tenkinantys nelygybę $-4 < x < 2$, sudaro *skaičių intervalą*, arba tiesiog intervalą, nuo −4 iki 2.

Nelygybė: $-4 < x < 2$

Vaizduojame: −4 2 x

Rašome: $(-4; 2)$

Skaitome: Intervalas nuo −4 iki 2

Pavyzdžiai:

Nelygybė	Vaizduojame	Intervalas	Skaitome
$-4 < x < 2$	−4 2	$(-4; 2)$	Intervalas nuo −4 iki 2
$-4 \leqslant x \leqslant 2$	−4 2	$[-4; 2]$	Intervalas nuo −4 iki 2, įskaitant −4 ir 2
$-4 \leqslant x < 2$	−4 2	$[-4; 2)$	Intervalas nuo −4 iki 2, įskaitant −4
$-4 < x \leqslant 2$	−4 2	$(-4; 2]$	Intervalas nuo −4 iki 2, įskaitant 2
$x > 2$	2	$(2; +\infty)$	Intervalas nuo 2 iki $+\infty$
$x \geqslant 2$	2	$[2; +\infty)$	Intervalas nuo 2 iki $+\infty$, įskaitant 2
$x < 2$	2	$(-\infty; 2)$	Intervalas nuo $-\infty$ iki 2
$x \leqslant 2$	2	$(-\infty; 2]$	Intervalas nuo $-\infty$ iki 2, įskaitant 2
$-\infty < x < +\infty$		$(-\infty; +\infty)$	Intervalas nuo $-\infty$ iki $+\infty$

Pratimai ir uždaviniai

64. Pavaizduokite skaičių tiesėje intervalus:

a) $[-6; -1]$ b) $(-3; 4]$ c) $(2; 5)$ d) $(-4; 0)$
e) $(-\infty; 3)$ f) $(4; +\infty)$ g) $(-\infty; 0]$ h) $(0; +\infty)$

65. Užrašykite nelygybėmis skaičių tiesėje pavaizduotus intervalus:

a) −1 4

b) 5

c) $-3\frac{1}{2}$ 1

d) 11

e) −100 100

f) 0 4,1

66. Skaičių tiesėje pavaizduokite skaičius, tenkinančius nelygybes:

a) $2 \leqslant x \leqslant 8$ b) $-25 < x < -15$ c) $x \leqslant 5{,}5$
d) $8\frac{1}{2} < x \leqslant 10$ e) $-12 \leqslant x < 4\frac{1}{3}$ f) $x > 0$

67. a) Kurie iš šių skaičių priklauso intervalui $(-6; 11{,}5)$:
-5; -6; -7; 0; 12; $11{,}4$; $11{,}(5)$?
b) Kurie iš šių skaičių priklauso intervalui $[-7{,}5; 2{,}3]$:
-8; $-7{,}5$; $-7{,}2$; -7; $6{,}2$; 0; $2{,}(3)$?

Užrašykite pagal pateiktą pavyzdį.

Pavyzdžiai. $-5 \in (-6; -1)$; $5 \notin [0; 5)$.

---

68. Kurie iš skaičių $-3{,}7$; $-2\frac{1}{8}$; -1; 0; 4; $7{,}2$; $10{,}54$ priklauso intervalui:
a) $[-3{,}7; 0)$; b) $(-2; +\infty)$; c) $(-\infty; -1)$; d) $[-1; 10{,}55]$?

69. Ar priklauso intervalui $(-\infty; 4)$ skaičius $3{,}97$? Nurodykite du skaičius, didesnius už $3{,}97$, priklausančius šiam intervalui. Ar yra didžiausias skaičius, priklausantis šiam intervalui? Ar yra šiame intervale mažiausias skaičius?

70. Nurodykite bent tris sveikuosius skaičius, priklausančius šiam intervalui, ir tris nepriklausančius:

a) $[-10; -3]$; b) $(7; 14)$; c) $(-\infty; 6)$; d) $[-3; +\infty)$.

71. Nurodykite mažiausią sveikąjį skaičių, priklausantį intervalui:
a) $(-6; 6)$; b) $[-4; 11{,}5)$; c) $(4; +\infty)$; d) $(-\infty; -8]$.

72. Skaičių tiesėje pavaizduokite skaičius, tenkinančius nelygybes:

a) $|x| \leqslant 3$; b) $|x| \geqslant 3$; c) $|x| < 2$; d) $|x| > 2$.

Pavyzdys. $|x| \geqslant 2$: −2 2 x

---

73. Ar teisingos šios nelygybės, kai $a > b$:

a) $5a > 5b$ b) $a - 2 < b - 2$ c) $a > 2b$
d) $-a < -b$ e) $3a + 1 > 3b$ f) $-1{,}2a < -1{,}2b$?

74. Pakelkite kvadratu:

a) $\left(3\frac{1}{3}a + 2\frac{1}{2}b\right)^2$; b) $\left(2\frac{1}{3}x - 3\frac{1}{2}y\right)^2$; c) $\left(\frac{a}{3} + \frac{b}{4}\right)^2$; d) $\left(\frac{x}{5} - \frac{y}{4}\right)^2$.

75. Išspręskite lygtis:

a) $|x| + 2 = 8$; b) $|x| - 4 = 9$; c) $|x + 3| = 6$; d) $|x - 13| = 6$.

76. Kur reikėtų padėti skliaustus, kad lygybė būtų tapatybė:

a) $4 + x - x + 4 = 0$ b) $3a - b - a - b = 2a$
c) $m + 2n - 2n - m = 2m$ d) $-p - q + p - q = 0$?

77. Dviejų skaičių aritmetinis vidurkis lygus 30. Raskite tuos skaičius, jei vienas jų:

a) 5 kartus mažesnis už kitą; b) 10 vienetų didesnis už kitą.

78. Lygiagretainio kraštinių ilgiai yra 12 cm ir 10 cm, o vienos aukštinės ilgis lygus 5 cm. Koks gali būti kitos aukštinės ilgis?
Nurodymas. Reikia nagrinėti du atvejus — iš sąlygos neaišku, kurią iš kraštinių atitinka duotoji aukštinė.

79. Gydytojas paskyrė ligoniui keturias vaistų injekcijas kas pusantros valandos. Pirmoji jų buvo padaryta 8 valandą. Kada padaryta paskutinė injekcija?

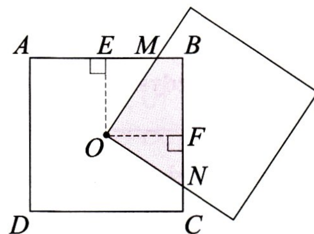
80. Apklausus pirmokus ir trečiokus, kiek kartų per dieną jie gėrė vandens, gauti tokie duomenys:

Pirmokai	3	0	2	3	5	4	8	9	6	6	5	0	1	3	6
Trečiokai	2	0	3	3	2	1	0	0	5	2	2	0	1	1	3

a) Kiek iš viso mokinių buvo apklausta?
b) Raskite kiekvienos amžiaus grupės medianą, vidurkį.
c) Kurios grupės atsakymai įvairesni?
d) Sudarykite dažnių lenteles ir pavaizduokite duomenis grafiškai.

81. Vieno kvadrato viršūnė yra kito kvadrato centre. Abiejų kvadratų kraštinės po 5 cm.

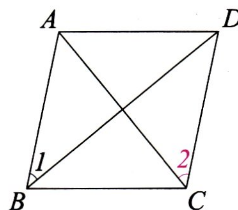
1) Įrodykite, kad $\triangle OEM = \triangle OFN$.
2) Įrodykite, kad nuspalvintos dalies plotas lygus kvadrato $OEBF$ plotui.
3) Apskaičiuokite nuspalvintos dalies plotą.



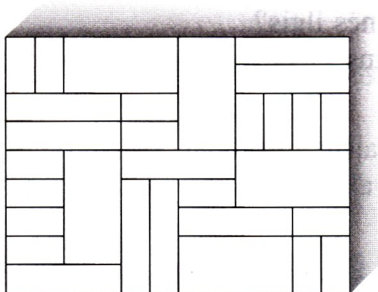
82. Dainora turi pažymius 9, 7, 6, 7.

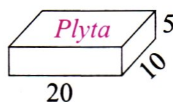
a) Koks jos pažymių vidurkis?
b) Kokį mažiausią pažymį mergaitei reikėtų gauti, kad jos pažymių vidurkis būtų didesnis už 7,5?

83. Duota: $ABCD$ — rombas, $\angle 1 = 29°$.
Raskite: $\angle 2$.



84. Iš plytų sudėtas stačiakampis gretasienis. Kiekvienos plytos matmenys 5 cm × 10 cm × 20 cm. Gretasienio plotis lygus plytos vienai briaunai. Priekinė gretasienio siena pavaizduota brėžinyje.





a) Koks gretasienio plotis?
b) Kiek sudėta plytų, jeigu tarp jų tarpų nėra?

85. Ritinio šoninio paviršiaus išklotinė yra stačiakampis, kurio viena kraštinė lygi 60 cm, o įstrižainė — 100 cm.

a) Kokio ilgio gali būti ritinio pagrindo spindulys?
b) Raskite ritinio tūrį.

5 Nelygybių sprendimas

Prisiminkite „Stipruolių“ ir „Galiūnų“ klubų reklaminius skelbimus.

Sporto klubas
STIPRUOLIAI
Mėnesiui – **20 Lt**
Vienos valandos
treniruotė – **3 Lt**
Pakalnės g.147, II korpusas, III a.
Tel.: 222-333, 555-666

SPORTO KLUBAS
GALIŪNAI
Mėnesinis
mokestis –10 Lt
Vienos valandos
treniruotė – 3,5 Lt
Mūsų adresas:
Kalno g.15

Jei per mėnesį vaikinas treniruosis „Stipruolių“ klube x valandų, tai jis mokės $(3x + 20)$ Lt, o jei „Galiūnų“ — $(3{,}5x + 10)$ Lt.
Kiek valandų per mėnesį turėtų treniruotis vaikinas, kad „Stipruolių“ klube jis mokėtų mažiau negu „Galiūnų“ klube?
Sudarytoje lentelėje jau apskaičiuota, kiek litų reikės mokėti per mėnesį sportuojant klube „Stipruoliai“ ir kiek „Galiūnai“ priklausomai nuo valandų skaičiaus.

Valandų skaičius	„Stipruoliai“ (mokestis litais)	„Galiūnai“ (mokestis litais)
x	$3x + 20$	$3{,}5x + 10$
1	23	13,5
2	26	17
3	29	20,5
...	...	...
10	50	45
...	...	...
20	80	80
21	83	83,5
...	...	...
30	110	115
...	...	...

Iš lentelės matyti, kad užsiimінėdamas mažiau kaip 20 valandų per mėnesį, vaikinas „Galiūnų“ klube mokėtų mažiau, o jei sportuotų daugiau kaip 20 valandų, tai pigiau būtų tapti „Stipruolių“ klubo nariu.

Sužinoti, kiek valandų turėtų treniruotis vaikinas, kad „Stipruolių“ klube jam reikėtų mokėti mažiau negu „Galiūnų“, galima išsprendus nelygybę:

$$3x + 20 < 3{,}5x + 10.$$

Nelygybės sprendžiamos panašiai kaip lygtys.

Spręsdami nelygybes, remsimės šiomis jų savybėmis:

- prie abiejų nelygybės pusių galima pridėti arba atimti tą patį skaičių ar reiškinį;
- abi nelygybės puses padauginus arba padalijus iš **teigiamojo** skaičiaus, nelygybės ženklas nesikeičia;
- abi nelygybės puses padauginus arba padalijus iš **neigiamojo** skaičiaus, nelygybės ženklas keičiasi priešingu.

Išspręskime sudarytą nelygybę:

$$\begin{aligned} 3x + 20 &< 3{,}5x + 10, \\ 3x + 20 - 3{,}5x &< 3{,}5x + 10 - 3{,}5x, \\ -0{,}5x + 20 &< 10, \\ -0{,}5x + 20 - 20 &< 10 - 20, \\ -0{,}5x &< -10, \\ -0{,}5x : (-0{,}5) &> -10 : (-0{,}5), \\ x &> 20. \end{aligned}$$

Tai reiškia, kad, jei vaikinas treniruosis „Stipruolių“ klube daugiau kaip 20 valandų, jam reikės mokėti mažiau, negu tą patį laiką treniruojantis „Galiūnų“ klube.

Su vienomis kintamojo x reikšmėmis nelygybė $3x + 20 < 3{,}5x + 10$ virsta teisinga skaitine nelygybe, o su kitomis — ne. Pavyzdžiui, vietoj x įrašę skaičių 30, gausime teisingą nelygybę, o įrašę skaičių 3, gausime neteisingą nelygybę. Sakome, kad skaičius 30 yra nelygybės $3x + 20 < 3{,}5x + 10$ sprendinys, o 3 — nėra sprendinys.

Nelygybės sprendiniu vadinama kintamojo reikšmė, kuri nelygybę paverčia teisinga skaitine nelygybe.

Išsprendę nelygybę $3x + 20 < 3{,}5x + 10$ gavome, kad visi skaičiai, didesni už 20 ($x > 20$), yra šios nelygybės sprendiniai.

Išspręsti nelygybę — reiškia rasti visus jos sprendinius arba įsitikinti, kad sprendinių nėra.

Pavyzdžiui, išspręskime nelygybes:

1) $x + 6 < 8$

$x + 6 - 6 < 8 - 6$ (iš abiejų nelygybės pusių atimame 6)

$x < 2$



Atsakymas. $(-\infty; 2)$.

2) $-2x - 6 \leqslant -4$

$-2x - 6 + 6 \leqslant -4 + 6$ (prie abiejų nelygybės pusių pridedame 6)

$-2x \leqslant 2$

$\frac{-2x}{-2} \geqslant \frac{2}{-2}$ (abi nelygybės puses dalijame iš -2; pakeičiame nelygybės ženklą priešingu)

$x \geqslant -1$



Atsakymas. $[-1; +\infty)$.

3) $-\frac{x}{2} - 5 \geqslant 0,$

$-\frac{x}{2} \geqslant 5,$

$x \leqslant -10.$

Atsakymas. $x \in (-\infty; -10]$.

1 užduotis. Paaiškinkite, kaip išspręsta nelygybė:

$$3x - 8 \geqslant 7 - 2x,$$
$$3x + 2x - 8 \geqslant 7 - 2x + 2x,$$
$$5x - 8 \geqslant 7,$$
$$5x - 8 + 8 \geqslant 7 + 8,$$
$$5x \geqslant 15,$$
$$\frac{5x}{5} \geqslant \frac{15}{5},$$
$$x \geqslant 3.$$

Atsakymas. $[3; +\infty)$.

Išspręskime keletą sudėtingesnių nelygybių:

4) $x + 6 > x + 8$,
$x - x > 8 - 6$,
$0 \cdot x > 2$.
Nelygybė $0 \cdot x > 2$ sprendinių neturi, nes su bet kuria x reikšme gauname neteisingą nelygybę $0 > 2$.
Atsakymas. Sprendinių nėra.

5) $x + 6 \leqslant x + 6$,
$x - x \leqslant 6 - 6$,
$0 \cdot x \leqslant 0$.
Nelygybė $0 \cdot x \leqslant 0$ yra teisinga su bet kuria x reikšme, nes su bet kuria x reikšme gauname teisingą nelygybę $0 \leqslant 0$.
Atsakymas. $(-\infty; +\infty)$.

6) $x + 6 < x + 4$,
$x - x < 4 - 6$,
$0 \cdot x < -2$.
Nelygybė $0 \cdot x < -2$ sprendinių neturi, nes su bet kuria x reikšme gauname neteisingą nelygybę $0 < -2$.
Atsakymas. Sprendinių nėra.

7) $x + 6 > x - 8$,
$x - x > -8 - 6$,
$0 \cdot x > -14$.
Nelygybė $0 \cdot x > -14$ yra teisinga su bet kuria x reikšme, nes su bet kuria x reikšme gauname teisingą nelygybę $0 > -14$.
Atsakymas. Visi realieji skaičiai $(-\infty; +\infty)$.

2 užduotis. Kurios nelygybės neturi sprendinių:

a) $0 \cdot x \geqslant 0$ b) $0 \cdot x > 0$ c) $0 \cdot x < 6$
d) $0 \cdot x \geqslant 7$ e) $0 \cdot x \leqslant -10$ f) $0 \cdot x > -15$?

Pratimai ir uždaviniai

86. Kurie iš skaičių -3; -2; 0; $1{,}5$; 3; $10\frac{1}{2}$ yra nelygybės $3x + 2 < 8$ sprendiniai?

87. Duota nelygybė $4y-5 > 11$. Nustatykite, ar skaičius y yra šios nelygybės sprendinys, kai:

a) $y = 5$ b) $y = -2$ c) $y = 0$
d) $y = 4$ e) $y = 10{,}5$ f) $y = 7\frac{1}{4}$

88. Nurodykite bet kuriuos du nelygybės sprendinius:

a) $3x > x - 5$ b) $-2x < x+2$
c) $-x \leqslant -2x$ d) $5x(x+2) > 0$

89. Išspręskite nelygybę ir pavaizduokite jos sprendinių aibę skaičių tiesėje, o atsakymą užrašykite intervalu:

a) $x - 6 > 0$ b) $x + 12 \leqslant 0$ c) $3x > 18$ d) $4x < 20$
e) $0{,}5x \geqslant 4$ f) $-3x \leqslant 15$ g) $\frac{1}{13}x < -3$ h) $-\frac{2}{15}x \geqslant 8$

90. Išspręskite nelygybę ir jos sprendinių aibę pavaizduokite skaičių tiesėje, o atsakymą parašykite su priklausymo ženklu „$\in$“:

a) $4x - 2{,}8 < 2x$ b) $12 - x > 5$
c) $0{,}3x \leqslant 7 - 0{,}5x$ d) $15 \geqslant 5x - 19$
e) $8 - 20x > 18x - 30$ f) $7x - 77 \leqslant 11x - 77$

91. Išspręskite nelygybę ir jos sprendinius užrašykite nelygybe:

a) $8 + 5y \leqslant 21 + 6y$ b) $17 - y > 10 - 6y$
c) $-2(y + 3) < 4(y - 5)$ d) $1{,}5(2y - 4) \geqslant 10(0{,}5y + 4)$
e) $\frac{1}{5}(10 - 15y) \leqslant \frac{1}{7}(14 - 35y)$ f) $6y - (y + 8) - 3(2 - y) > 2$
g) $7y(y - 1) > 7y^2 + 3$ h) $(y - 1)^2 \leqslant (1 - y)^2 + y$

Pavyzdys. $-7y - 2 > 3y + 18$,
$-7y - 3y > 18 + 2$,
$-10y > 20$,
$y < -2$.
Atsakymas. $y < -2$.

---

92. Su kuriomis a reikšmėmis dvinaris:

a) $4a - 1$ įgyja teigiamąsias reikšmes;
b) $7a - 21$ įgyja neigiamąsias reikšmes;
c) $11 - 3a$ įgyja reikšmes, didesnes už 101;
d) $1{,}8a + 15$ įgyja reikšmes, mažesnes už 18,6?

93. Su kuriomis p reikšmėmis dvinario:

a) $9 - 4p$ reikšmės mažesnės už dvinario $9p - 4$ reikšmes;
b) $\frac{2}{3}p + 7$ reikšmės didesnės už dvinario $7p + \frac{2}{3}$ reikšmes?

94. Išspręskite nelygybes:

a) $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} > 11$ b) $\frac{x}{5} - \frac{x}{6} \leqslant -30$
c) $\frac{2x}{7} - \frac{3x}{2} < 51$ d) $x + \frac{x}{3} \geqslant -4$

95. Su kuriomis natūraliosiomis n reikšmėmis:

a) suma $(4 - 5n) + (2n + 8)$ yra teigiama;
b) skirtumas $(17n + 9) - (6n + 20)$ yra neigiamas?

96. Raskite visus natūraliuosius skaičius, tenkinančius nelygybę:

a) $4{,}8(n - 4) - 3{,}7(2 - n) < 24{,}4$;
b) $5{,}6(n - 3) + 3{,}2(n - 2) < 20{,}8$.

97. a) Su kuriomis x reikšmėmis reiškinio $(3x + 2)(3x - 2)$ reikšmė didesnė už reiškinio $(3x - 2)^2$ reikšmę?
b) Su kuriomis y reikšmėmis reiškinio $(2y + 1)^2$ reikšmė mažesnė už reiškinio $(2y + 5)(2y - 5)$ reikšmę?

98. Stačiakampio kraštinės ilgis 9 cm. Koks turi būti kitos stačiakampio kraštinės ilgis, kad stačiakampio perimetras būtų mažesnis už perimetrą kvadrato, kurio kraštinė 21,5 cm?

99. Stačiakampio vienos kraštinės ilgis 20 cm. Koks gali būti kitos stačiakampio kraštinės ilgis, kad jo perimetras būtų mažesnis už perimetrą kvadrato, kurio kraštinė lygi 10 cm?

100. Stačiakampio gretasienio pagrindo ilgis 150 mm, o plotis 80 mm. Koks turi būti gretasienio aukštis, kad jo tūris būtų mažesnis už tūrį kubo, kurio briauna 120 mm?

101. Turistai sumanė iš stovyklos motorine valtimi plaukti upe prieš srovę, o paskui pasroviui grįžti atgal. Upės tėkmės greitis 2,5 km/h, o valties savasis greitis 19,9 km/h. Kaip toli gali nuplaukti turistai, kad kelionė truktų ne ilgiau kaip 8 valandas?

102. Įsitikinkite, kad nelygybė yra teisinga su visomis x reikšmėmis:

a) $(x-5)^2 > x(x-10)$;
b) $x(x+6) < (x+3)^2$;
c) $(x-11)(x+11) < (x-8)(x+8)$;
d) $(x-3)(x+3) > (x+5)(x-5)$.

103. Pasirinkite teisingo atsakymo raidę.

Teiginys	A	B	C
Jei $x - y < 0$, tai	$x > y$	neaišku	$x < y$
Jei x ne didesnis už 3, tai	$x \geqslant 3$	$x \leqslant 3$	$x = 3$
Jei x ne mažesnis už 5, tai	$x \leqslant 5$	$x = 5$	$x \geqslant 5$
Jei $1 - x > 1 - y$, tai	$x < y$	$x > y$	neaišku
Jei $2 - x \geqslant 6$, tai	$-x \geqslant 3$	$2 - 6 \geqslant x$	$x \leqslant 3$
Jei $5x < 10$, tai	$x < 2$	$x < 5$	$x > 2$
Jei $-4y \leqslant 20$, tai	$y \geqslant \frac{20}{-4}$	$y \leqslant 24$	$y \leqslant -5$

104. Koks reiškinys turėtų būti parašytas vietoj debesėlio, kad trinarį būtų galima parašyti dvinario kvadratu:

a) $y^2 - 4y + \quad$
b) $9a^2 + 6b + \quad$
c) $1 + \quad + 36b^2$
d) $4 - \quad + 49y^2$
e) $100 + \quad + 25a^2$
f) $81 - \quad + \frac{1}{81}m^2$?

105. Pakeiskite sandauga:

a) $4p^2 - 9$
b) $100a^4 - 81b^4$
c) $a^2b^4 - c^2$
d) $y^4 - x^4z^2$

106. Suprastinkite:

a) $(x-y)^2 + (2x-y)^2$
b) $3(2a-3b)^2 + 2(3b+2a)^2$
c) $4(ay-2a)^2 - 2(3a-ay)^2$
d) $\frac{1}{4}(4a+3b)^2 + \frac{1}{2}(8b-3a)^2$

107. Apskaičiuokite:

a) $-2^{-2} - (-2)^{-2} - 2^0$; b) $\frac{1}{(-2)^{-3}} - (-2)^0$.

6 Nelygybių sistemos

UŽDAVINYS. Dviratininkas važiuoja tam tikru greičiu. Jeigu jis padidintų greitį 5 km/h, tai per 2 valandas nuvažiuotų mažiau kaip 50 kilometrų. Jeigu dviratininkas sumažintų greitį 4 km/h, tai per 3 valandas jis nuvažiuotų daugiau kaip 33 kilometrus. Kokiu greičiu galėjo važiuoti dviratininkas?

Sprendimas. Sakykime, kad dviratininkas važiuoja x km/h greičiu. Jeigu jis padidintų greitį 5 km/h, tai jo greitis būtų $(x+5)$ km/h ir per 2 valandas dviratininkas nuvažiuotų $2 \cdot (x+5)$ kilometrus. Jo nuvažiuotas atstumas būtų mažesnis už 50 kilometrų, todėl

$$2 \cdot (x+5) < 50.$$

Jeigu dviratininkas sumažintų greitį 4 km/h, tai per 3 valandas nuvažiuotas atstumas būtų didesnis už 33 kilometrus, t. y.:

$$3 \cdot (x-4) > 33.$$

Reikia surasti tokias x reikšmes, su kuriomis būtų teisingos abi nelygybės $2 \cdot (x+5) < 50$ ir $3 \cdot (x-4) > 33$. Tokiais atvejais sakoma, kad reikia išspręsti nelygybių sistemą, kuri užrašoma su riestiniu skliaustu {, t. y.

$$\begin{cases} 2 \cdot (x+5) < 50, \\ 3 \cdot (x-4) > 33. \end{cases}$$

Sprendžiame kiekvieną sistemos nelygybę:

$$\begin{cases} x+5 < 25, \\ x-4 > 11; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < 20, \\ x > 15. \end{cases}$$

Abiejų nelygybių $x < 20$ ir $x > 15$ sprendinius pavaizduokime vienoje skaičių tiesėje ir raskime *bendrus* abiem nelygybėms sprendinius:



$x \in (15; 20)$

Atsakymas. Dviratininkas važiuoja didesniu kaip 15 km/h, bet mažesniu kaip 20 km/h greičiu.

Spręsdami uždavinį, sudarėme dviejų nelygybių su vienu kintamuoju sistemą.

Nelygybių su vienu kintamuoju sistemos sprendiniu vadinamos tos kintamojo reikšmės, su kuriomis yra teisinga kiekviena sistemos nelygybė.

Išspręsti nelygybių sistemą — reiškia rasti visus jos sprendinius arba įsitikinti, kad jų nėra.
Pavyzdžiui, išspręskime nelygybių sistemą:

I. $\begin{cases} 6x - 2 > 10, \\ 3x + 1 \geqslant 10; \end{cases}$

$\begin{cases} 6x > 12, \\ 3x \geqslant 9; \end{cases}$

$\begin{cases} x > 2, \\ x \geqslant 3. \end{cases}$

2 3 x $x \in [3; +\infty)$

Atsakymas. $x \in [3; +\infty)$.
Pastaba. Atsakymą galima užrašyti ir nelygybe: $x \geqslant 3$.

II. $\begin{cases} 3 - 2x \geqslant 17, \\ 4x - 12 \geqslant 4; \end{cases}$

$\begin{cases} -2x \geqslant 14, \\ 4x \geqslant 16; \end{cases}$

$\begin{cases} x \leqslant -7, \\ x \geqslant 4. \end{cases}$

−7 4 x

Matome, kad nelygybės $x \leqslant -7$ ir $x \geqslant 4$ bendrų sprendinių neturi. Sakoma, kad duotoji sistema sprendinių neturi.
Atsakymas. Sprendinių nėra.

Dvigubąsias nelygybes galima spręsti pakeičiant jas nelygybių sistema. Pavyzdžiui, išspręskime dvigubąją nelygybę:

$$14 \leqslant 4 + 5x \leqslant 24.$$

Ją pakeičiame nelygybių sistema:

$$\begin{cases} 4 + 5x \leqslant 24, \\ 4 + 5x \geqslant 14. \end{cases}$$

Išsprendžiame nelygybių sistemą:

$\begin{cases} 5x \leqslant 20, \\ 5x \geqslant 10; \end{cases}$

$\begin{cases} x \leqslant 4, \\ x \geqslant 2. \end{cases}$

2 4 x $x \in [2; 4]$

Atsakymas. $2 \leqslant x \leqslant 4$.

Pratimai ir uždaviniai

108. Ar skaičius 5 yra nelygybių sistemos sprendinys?

a) $\begin{cases} x+2>10, \\ x+10<17 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 4-x>0, \\ x-5>-1 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 2x<15, \\ 3x\geqslant 15 \end{cases}$ d) $\begin{cases} 6-x\geqslant -5, \\ \frac{1}{5}x<2 \end{cases}$

109. Kurie iš skaičių -3; -2; 0; 3; 4; 5 yra nelygybių sistemos sprendiniai?

a) $\begin{cases} 2x-7<1, \\ x+2>0 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 5x-2\leqslant -2, \\ 4\geqslant x+4 \end{cases}$

110. Šių nelygybių sistemų sprendinius pavaizduokite skaičių tiesėje:

a) $\begin{cases} x>-3, \\ x<6 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x<10, \\ x\geqslant -5 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x\geqslant -1, \\ x\leqslant 3 \end{cases}$ d) $\begin{cases} x\leqslant -4, \\ x>-9 \end{cases}$

e) $\begin{cases} x\leqslant 5, \\ x\geqslant 5 \end{cases}$ f) $\begin{cases} x\leqslant 6, \\ x>6 \end{cases}$ g) $\begin{cases} x\geqslant 4, \\ x>4 \end{cases}$ h) $\begin{cases} x\leqslant -2, \\ x<2 \end{cases}$

111. Išspręskite nelygybių sistemą ir atsakymą užrašykite intervalu:

a) $\begin{cases} y\geqslant -7, \\ 2y+6\leqslant 0 \end{cases}$ b) $\begin{cases} y-6>0, \\ 2y>9 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 5y<-5, \\ 5-y\geqslant 0 \end{cases}$ d) $\begin{cases} 16-4y>0, \\ 16y-4>12 \end{cases}$

e) $\begin{cases} 3(x+1)\geqslant 2x+3, \\ 2(x-3)\leqslant x-2 \end{cases}$ f) $\begin{cases} 5x-1<6(x+2), \\ 7x+30>4(x+6) \end{cases}$

112. Išspręskite nelygybių sistemą ir nurodykite visus sveikuosius skaičius, kurie yra nelygybių sistemos sprendiniai:

a) $\begin{cases} 10a<33, \\ 6-4a<12 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 1\leqslant 21-5y, \\ 1<6y+14 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 2-3x<17, \\ 17-2x>0 \end{cases}$ d) $\begin{cases} 3-18x\leqslant 0, \\ 0{,}2-0{,}1x\geqslant 0 \end{cases}$

113. Išspręskite nelygybių sistemą:

a) $\begin{cases} 2x+2<x-1, \\ -5-2x>x+1 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 25-6x<4+x, \\ 3x+7\leqslant 1+4x \end{cases}$

c) $\begin{cases} 11x+12\leqslant 5(2x+10), \\ 7(x-3)\geqslant 6x-23 \end{cases}$ d) $\begin{cases} 5x+6\leqslant x, \\ 3x+12>x+17 \end{cases}$

e) $\begin{cases} 3(x-7)<4(x+2), \\ 2(5-x)>3(x-5) \end{cases}$ f) $\begin{cases} (x+2)^2>(x-1)(x+1), \\ (x-2)(x+2)\leqslant (x-3)^2 \end{cases}$

114. Išspręskite dvigubąsias nelygybes:

a) $6 < x - 1 < 8$ b) $1 < 1 - x < 10$
c) $-14 \leqslant 3 - x \leqslant 0$ d) $-20 \leqslant 2 - 3x < -10$
e) $-35 < 6(x + 3) \leqslant -30$ f) $0 < 3(2x - 3) < 15$

115. Su kuria a reikšme dvinario $5a - 2$ reikšmės priklauso skaičių intervalui: a) $(-1; 2)$; b) $[4; 8]$; c) $(-3; 4]$; d) $[6; 100)$?

116. Su kuria b reikšme dvinario $3 - 2b$ reikšmės priklauso skaičių intervalui: a) $[-4; 0]$; b) $(8; 12]$; c) $(-9; -1)$; d) $[-2; 7)$?

117. Jei turistas per dieną nuplauktų 5 km daugiau, tai per 5 dienas įveiktų daugiau kaip 90 km. Jei turistas per dieną nuplauktų 5 km mažiau, tai per 6 dienas įveiktų mažiau kaip 90 km. Kiek kilometrų turistas galėjo nuplaukti per dieną?

118. Rokas, norėdamas sportuoti „Galiūnų“ klube, nutarė pirkti sportinius svarsčius. Jei vieno svarsčio kaina būtų 2 Lt didesnė, tai už 6 svarsčius jis mokėtų daugiau kaip 90 litų. Jei vieno svarsčio kaina būtų 2 litais mažesnė, tai už 5 svarsčius mokėtų mažiau kaip 60 Lt. Kiek galėjo kainuoti vieni svarsčiai. Kiek sprendinių turi šis uždavinys?

119. Jei prie dviženklio skaičiaus pridėsime jo pusę, tai gautoji suma bus didesnė už 117, bet mažesnė už 123. Raskite šį dviženklį skaičių. Kiek sprendinių turi šis uždavinys?

120. Apskaičiuokite racionaliausiu būdu:

a) $\frac{1{,}2 \cdot 87{,}5 - 1{,}2 \cdot 85{,}5}{4 \cdot 6{,}7 + 4 \cdot 3{,}3}$; b) $\frac{9 \cdot 54{,}1 - 9 \cdot 44{,}1}{2{,}7 \cdot 37{,}8 + 2{,}7 \cdot 62{,}2}$.

121. Raskite sumą:

a) $1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + \cdots + 1997 - 1998 + 1999$;
b) $-1 + 2 - 3 + 4 - 5 + 6 - \cdots - 1997 + 1998 - 1999$.

122. Kurią x litų dalį sudaro 20 centų?

A $\frac{x}{20}$ **B** $5x$ **C** $\frac{20}{x}$ **D** $\frac{1}{5x}$ **E** $\frac{x}{2000}$

123. Jeigu automobilis važiuoja 90 km/h greičiu, tai per sekundę jis nuvažiuoja ... metrus.

A 22 **B** 23 **C** 24 **D** 24,5 **E** 25

124. Suprastinę reiškinius $x - (-x + 3)$ ir $2 - (4 - (2x + 5))$, raskite jų:

a) sumą; b) skirtumą; c) sandaugą; d) kvadratų sumą.

125. Žinoma, kad $x - 5 = 3$. Apskaičiuokite reiškinio $25 - 10x + x^2$ reikšmę.

126. Pauliaus ir jo sesers metų suma lygi 20. Pauliaus amžius, sumažintas dvigubu sesers metų skaičiumi, yra 2 metai. Kiek Pauliui ir jo seseriai metų?

127. Išspręskite lygtį:

a) $x(x+3)(x+8)=0$; b) $|x-1|+2=1$.

128. Sandaugą parašykite dešimtaine trupmena:

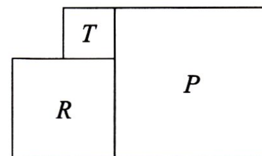
a) $0{,}2 \cdot 10^{-3}$; b) $1{,}2 \cdot 10^{-4}$; c) $75 \cdot 10^{-1} \cdot 2^{-3}$; d) $2^{-1} \cdot 3^{2} \cdot 10^{-1}$.

129. Du miesto autobusai tuo pačiu metu išvažiuoja iš „žiedo“ skirtingais maršrutais. Vieno jų maršruto trukmė 40 minučių, o kito 30 minučių. Po kiek laiko abu autobusai vėl vienu metu išvažiuos iš „žiedo“?

130. Koordinačių plokštumoje pažymėkite taškus $A(-6; 0)$, $B(0; 3)$, $C(-4; 4)$, $D(0; 0)$. Raskite tiesių AB ir CD susikirtimo taško koordinates.

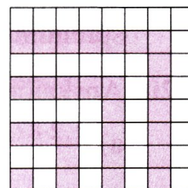
131. Trikampio kampas 40° didesnis už jo priekampį. Raskite trikampio kampą.

132. Jeigu kvadrato T plotas lygus $16\,\text{cm}^2$, o kvadrato R perimetras yra 28 cm, tai kvadrato P perimetras lygus ...



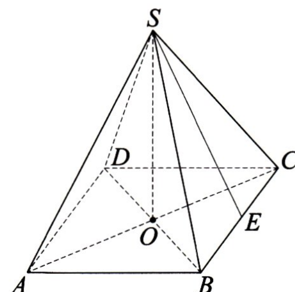
A 17 **B** 22 **C** 28 **D** 44 **E** 121

133. Kvadrato langeliai nuspalvinti taip, kaip parodyta paveiksle. Keliais langeliais nuspalvintų langelių yra mažiau, negu nenuspalvintų?



A 6 **B** 8 **C** 10 **D** 12 **E** 14

134. Duota: $SABCD$ — piramidė,
$AB = BC$, $\angle B = 90°$,
$SO \perp AC$, $SO \perp BD$,
$SE \perp BC$, $BE = EC$,
$AB = 6\,\text{cm}$, $SO = 8\,\text{cm}$.
Raskite: AC, SC, SE, $S_{\triangle BSC}$, $S_{\triangle BSD}$.



135. Kubą, kurio briauna 8 cm, iš pradžių nudažė raudonai, o po to supjaustė į mažus kubelius, kurių kiekvieno briauna 1 cm. Kiek procentų sudaro kubeliai su:

a) trimis raudonomis sienomis b) dviem raudonomis sienomis
c) viena raudona siena d) bent viena raudona siena?

Pasitikrinkite

1. Išspręskite lygtis:

a) $8(x+3)=64$;
b) $4(y-2)=80$;
c) $3x-8-9x=x+4-10x$;
d) $11-5x+18=11x-14+x$;
e) $8+3(x-5)=17$;
f) $5(x-2)-19=21$;
g) $5(8x-1)-7(4x+1)+8(7-4x)=19$;
h) $7(6x-1)-5(12x-7)=23-3(2x+1)$.

2. Raskite du skaičius, kurių:

a) suma lygi 74, o skirtumas lygus 24;
b) suma lygi 60, o skirtumas lygus 80.

3. Lygiašonio trikampio perimetras lygus 48 cm, pagrindas 3 cm ilgesnis už šoninę kraštinę. Raskite trikampio kraštines.

4. Palyginkite skaičius a ir b, kai $a-b$ lygu:

a) 11,2; b) 0,01; c) -100; d) 0.

5. Įsitikinkite, kad su bet kuriomis x reikšmėmis yra teisinga nelygybė:

a) $(x-7)(x+1)>(x+3)(x-9)$;
b) $(4y+1)^2>(4y+3)(4y-3)+8y$;
c) $(3m-2)(3m+2)<(3m-2)^2+12m$;
d) $(5a-1)(5a-1)>(5a+1)^2-10(2a+1)$.

6. Parašykite nelygybę, kurią gausite:

a) prie abiejų nelygybės $4>-7$ pusių pridėję skaičius 10,5; -7; $3\frac{1}{2}$;
b) iš abiejų nelygybės $-7<4$ pusių atėmę skaičius 7; -4; 8,5;
c) abi nelygybės $3{,}2>-2$ puses padauginę iš skaičių 5; -4; $\frac{1}{8}$;
d) abi nelygybės $-48<30$ puses padaliję iš skaičių 3; -6; $-0{,}2$.

7. Kurie iš skaičių -5; -1; 0; 2,5; 10 yra nelygybės sprendiniai:

a) $4x-2<1$; b) $8+6x>7$?

8. Skaičių tiesėje pavaizduokite skaičius, tenkinančius nelygybes:

a) $-1\leqslant x\leqslant 11$ b) $-10<x<-7$ c) $3<x\leqslant 9$
d) $5\leqslant x<8$ e) $x\geqslant 4$ f) $x<-3$
g) $x\leqslant -2$ h) $x>0$ i) $x\leqslant 0$

9. Nurodykite didžiausią sveikąjį skaičių, priklausantį intervalui:

a) [8; 17]; b) [5; 23); c) (−4; −1]; d) (−3; 1).

10. Nurodykite mažiausią sveikąjį skaičių, priklausantį intervalui:

a) (4,2; 7); b) [−3,7; −1]; c) (2,6; 11]; d) [−0,5; 7).

11. Išspręskite nelygybę, jos sprendinių aibę pavaizduokite skaičių tiesėje, o atsakymą užrašykite intervalu:

a) $x + 8 > 0$; b) $x - 15 \leqslant 0$; c) $7x < 21$; d) $-4x \leqslant -12$.

12. Išspręskite nelygybę, jos sprendinių aibę pavaizduokite skaičių tiesėje:

a) $3x - 4 \geqslant x + 8$ b) $7 - x < 18 - 6x$

c) $1 - 4x \geqslant 3(2x - 4)$ d) $\frac{1}{3}(6x - 15) < \frac{1}{6}(36x - 12)$

13. Išspręskite nelygybę ir jos sprendinius užrašykite nelygybe:

a) $9y + 8 \leqslant 7y + 12$;
b) $12 - y > 15 - 2y$;
c) $7y - (y + 2) - 2(3 - y) \geqslant 2$;
d) $y + 10(0{,}1y + 0{,}5) - 4(2{,}5y + 1{,}5) > 3$.

14. Su kuriomis m reikšmėmis reiškinys:

a) $3m - 24$ įgyja teigiamas reikšmes;
b) $5m + 11$ įgyja neigiamas reikšmes;
c) $2(m + 1) - 3(m - 2)$ įgyja reikšmes, didesnes už 15;
d) $3(2 - m) + 4(7 - m)$ įgyja reikšmes, ne didesnes už 83?

15. Nelygybių sistemų sprendinius pavaizduokite skaičių tiesėje:

a) $\begin{cases} x > 2, \\ x < 7; \end{cases}$ b) $\begin{cases} x \leqslant 10, \\ x \geqslant -4; \end{cases}$ c) $\begin{cases} x > -3, \\ x \leqslant 0; \end{cases}$ d) $\begin{cases} x \leqslant -7, \\ x > 0. \end{cases}$

16. Išspręskite nelygybių sistemą:

a) $\begin{cases} x > -4, \\ x < 2 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 3x < -15, \\ 6x \geqslant 12 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 2x + 1 \geqslant -7, \\ 1 - 2x \leqslant 1 \end{cases}$ d) $\begin{cases} 2(x - 1) > x + 7, \\ x - 8 > 3(x + 2) \end{cases}$

17. Raskite nelygybių sistemos *sveikuosius* sprendinius:

a) $\begin{cases} x + 8 \geqslant 8, \\ x + 4 < 6 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 7 - 2x < 0, \\ 3x - 19 < 0 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 2x - 3 \geqslant -11, \\ -x + 4 > 4 \end{cases}$ d) $\begin{cases} 3 - 2x \leqslant 9, \\ 3x - 2 \leqslant 1 \end{cases}$

18. Dviratininkas važiuoja pastoviu greičiu. Jeigu jis padidintų greitį 3 km/h, tai per 4 valandas nuvažiuotų daugiau kaip 80 km. Jeigu dviratininkas sumažintų greitį 3 km/h, tai per 5 valandas nuvažiuotų mažiau kaip 80 km. Kokiu greičiu važiuoja dviratininkas?

19. Išspręskite dvigubas nelygybes:

a) $0 \leqslant x+2 \leqslant 4$ b) $-4 < x-1 < 0$
c) $9 < 2x+3 \leqslant 13$ d) $-10 \leqslant 4-x < -5$
e) $12 < 4(x-5) \leqslant 60$ f) $-18 < 3(x+6) < 18$

20. Stačiakampio kraštinės ilgis lygus 10 cm. Koks turi būti kitos kraštinės ilgis, kad stačiakampio perimetras būtų mažesnis už perimetrą kvadrato, kurio kraštinė lygi 15 cm?

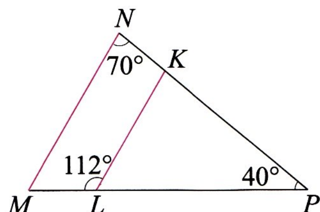
21. Mama, davusi Eglei 20 litų ir reikalingų pirkinių sąrašą, leido jai už likusius pinigus nusipirkti ledų. Eglė išleido 17 litų 85 centus. Kiek porcijų ledų Eglė gali nusipirkti, jei viena porcija kainuoja:

a) 1 Lt; b) 1 Lt 15 ct; c) 2 Lt 80 ct?

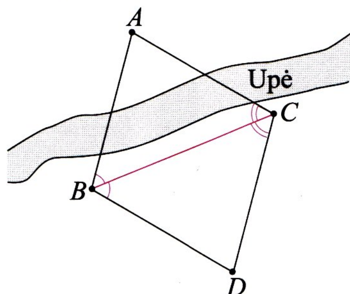
22. Pakelkite kvadratu:

a) $(3a-5b)^2$; b) $(2x+7y)^2$; c) $\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}b\right)^2$; d) $\left(1\frac{1}{5}a+2\frac{2}{5}b\right)^2$.

23. Ar $KL \parallel MN$? Pagrįskite.



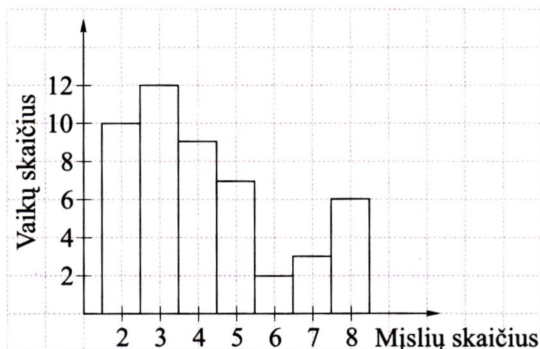
24. Norėdami sužinoti atstumą nuo taško B iki taško A, prie kurio neįmanoma prieiti, nusmaigstome gairėmis tiesę BC, išmatuojame kampus ABC ir ACB ir atidedame juos kitoje kraštinės BC pusėje.
Įrodykite, kad $AB = BD$.



25. Stačiakampio viena kraštinė lygi 40 cm, o įstrižainė — 50 cm. Raskite stačiakampio:

a) perimetrą; b) plotą; c) kraštinių santykį.

26. Vaikai 10 minučių spėjo mįsles. Kiek mįslių jie įspėjo pavaizduota stulpeline diagrama.



a) Kiek vaikų spėjo mįsles?

b) Pavaizduokite duomenis dažnių lentele.

c) Raskite, kiek vidutiniškai mįslių įspėjo vienas vaikas.

27. Apskaičiuokite:

a) $0{,}25^{-1} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-2}$; b) $-2^{-2} + 0{,}5^{-1}$; c) $(-2)^{-2} - 0{,}2^{-1}$; d) $3^{-4} : (3^{-2})^3$.

28. Jeigu automobilis per sekundę nuvažiuoja 20 metrų, tai jo greitis ... km/h.

A 60 **B** 64 **C** 68 **D** 72 **E** 76

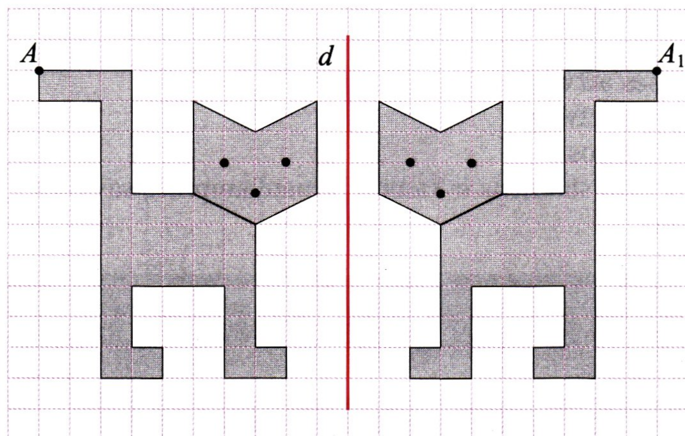
29. Kubo formos dėžutės briaunos yra lygios 10 cm. Kiek padidėtų dėžutės tūris, jeigu kiekvieną briauną pailgintume 10%?

8 SIMETRIJA



1 Simetrija tiesės atžvilgiu

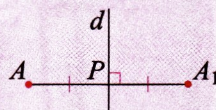
Brėžinyje pavaizduotos dvi lygios figūros, užimančios tam tikrą padėtį tiesės d atžvilgiu.



Pastebėkime, kad, lapą perlenkus per tiesę d, figūros sutaps.
Tokias dvi figūras vadinsime *simetriškomis tiesės atžvilgiu*, o tiesę — *simetrijos ašimi*.

1 užduotis.
1. Persibraižykite brėžinį į sąsiuvinį.
2. Atkarpa sujunkite bet kuriuos du atitinkamus katinų taškus, pavyzdžiui, nosis.
3. Ką galite pasakyti apie nubrėžtos atkarpos ir tiesės d tarpusavio padėtį?

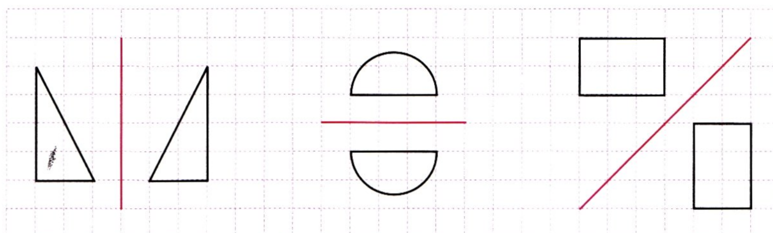
Taškai A ir A_1 yra simetriški tiesės d atžvilgiu, jeigu:
1) *atkarpa AA_1 yra statmena tiesei d, t. y. $AA_1 \perp d$;*
2) *tiesė d eina per atkarpos AA_1 vidurį, t. y. $AP = A_1P$.*
Kiekvieną tiesės d tašką laikysime simetrišku sau pačiam.



Akivaizdu, kad katinus vaizduojančių figūrų visi taškai yra simetriški tiesės d atžvilgiu.

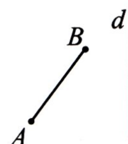
Dvi figūros yra simetriškos tiesės atžvilgiu, jeigu kiekvienas vienos figūros taškas yra simetriškas kitos figūros taškui tos tiesės atžvilgiu.

Pastebėkime, kad tiesės atžvilgiu simetriškos figūros yra lygios, pavyzdžiui:

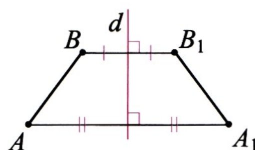


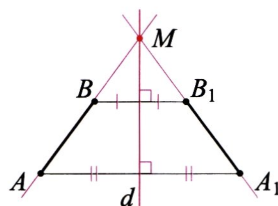
Braižant figūrą, simetrišką duotajai, nebūtina kiekvienam tos figūros taškui ieškoti simetriško — pakanka rasti kelis (ar net vieną) simetriškus taškus.

1 PAVYZDYS.
Raskime atkarpą A_1B_1, simetrišką atkarpai AB tiesės d atžvilgiu.



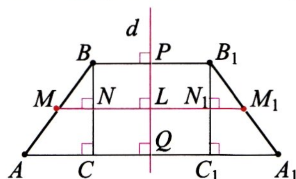
Raskime taškus A_1 ir B_1, simetriškus atkarpos AB galams A ir B. Atkarpa sujunkime taškus A_1 ir B_1. Atkarpos AB ir A_1B_1 yra simetriškos tiesės d atžvilgiu. Tuo galima įsitikinti, sulenkus lapą per tiesę — atkarpos AB ir A_1B_1 sutaps.





Pastaba. Tiesės AB ir A_1B_1 taip pat yra simetriškos tiesės d atžvilgiu. Jų susikirtimo taškas M priklauso simetrijos ašiai d.

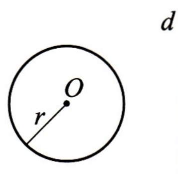
Kad atkarpos AB ir A_1B_1 yra simetriškos tiesės d atžvilgiu, įrodysime nelenkdami lapo.



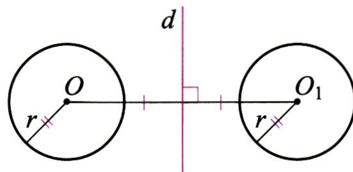
Duota: $BP = B_1P$, $BB_1 \perp d$, $AQ = A_1Q$, $AA_1 \perp d$.
Įrodyti: 1) $AB = A_1B_1$; 2) bet kuris atkarpos AB taškas yra simetriškas atkarpos A_1B_1 atitinkamam taškui.

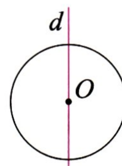
Įrodymas. 1) Iš taškų B ir B_1 nubrėžkime statmenis BC ir B_1C_1 į atkarpą AA_1. Kadangi $BB_1 \parallel AA_1$ (kodėl?), tai keturkampis BCC_1B_1 — stačiakampis, vadinasi, $BC = B_1C_1$, $BP = CQ$, $PB_1 = QC_1$, $AC = AQ - QC = A_1Q - QC_1 = A_1C_1$. Taigi $\triangle ACB = \triangle A_1C_1B_1$ (pagal dvi lygias kraštines ir kampą tarp jų). Todėl $AB = A_1B_1$ ir $\angle ABC = \angle A_1B_1C_1$.
2) Iš bet kurio atkarpos AB taško M nubrėžkime statmenį tiesei d, kuris kerta atkarpą A_1B_1 taške M_1, atkarpas BC ir B_1C_1 — atitinkamai taškuose N ir N_1, o tiesę d taške L. Įrodysime, kad M ir M_1 yra simetriški tiesės d atžvilgiu. Kadangi $BN = B_1N_1$ (kodėl?), tai $\triangle MNB = \triangle M_1N_1B_1$ (pagal kraštinę ir du lygius kampus prie jos). Vadinasi, $MN = M_1N_1$ ir $ML = M_1L$. Taigi taškai M ir M_1 yra simetriški tiesės d atžvilgiu.

2 PAVYZDYS.
Raskime apskritimą, simetrišką duotajam apskritimui tiesės d atžvilgiu.



Raskime tašką O_1, simetrišką duotojo apskritimo centrui O. Iš taško O_1 nubrėžkime spindulio r apskritimą.
Apskritimai yra simetriški tiesės d atžvilgiu.



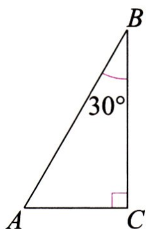


Pastaba. Jeigu simetrijos ašis d eina per apskritimo centrą, tai tas apskritimas yra simetriškas pats sau.

2 užduotis.

1. Nubraižykite trikampį ABC ir šalia jo tiesę d. Raskite trikampį $A_1B_1C_1$, simetrišką trikampiui ABC tiesės d atžvilgiu.
2. Nubraižykite kampą ABC ir šalia jo tiesę d. Raskite kampą $A_1B_1C_1$, simetrišką kampui ABC tiesės d atžvilgiu.

Teorema. *Stačiajame trikampyje statinis, esantis prieš* 30° *kampą, lygus pusei įžambinės.*

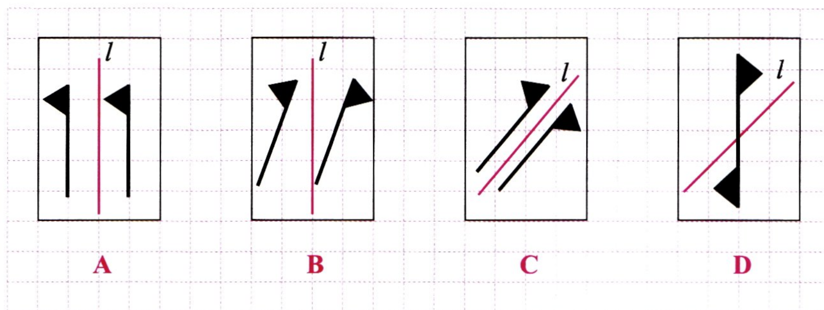


Duota: $\triangle ABC$, $\angle C = 90°$, $\angle B = 30°$.
Įrodyti: $AC = \frac{AB}{2}$.

Įrodyti šią teoremą galima nubraižius trikampiui ABC simetrišką trikampį A_1BC tiesės BC atžvilgiu. Įrodykite.

Pratimai ir uždaviniai

136. Kuriuose paveikslėliuose vėliavėlės yra simetriškos tiesės l atžvilgiu?



137. Persibraižykite languotame popieriuje kiekvieną brėžinį atskirai ir raskite figūrą, simetrišką duotajai figūrai tiesės d atžvilgiu.

a) A B d

b) A B d

c) A B d

d) A B d

e) A B d

f) A B d

g) d

h) d

i) d

j) d

k) d

l) d

m) d

n) d

o) d

p) d

138. Ar teisingas teiginys: jeigu $AB = BC$, tai taškai A ir C yra simetriški bet kurios tiesės, einančios per tašką B, atžvilgiu?

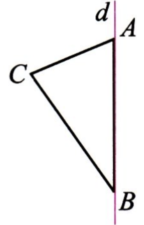
139. Stačiojo trikampio ABC įžambinė AC lygi 1,3 dm, o statinis AB — 1,2 dm.

a) Raskite trikampio ACA_1 perimetrą, jeigu taškas A_1 yra simetriškas taškui A tiesės BC atžvilgiu.

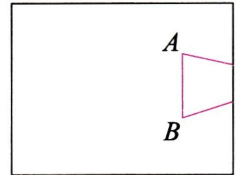
b) Raskite trikampio ACC_1 perimetrą, jeigu taškas C_1 yra simetriškas taškui C tiesės AB atžvilgiu.

140. a) Nubraižykite trikampį ABC_1, simetrišką trikampiui ABC tiesės d atžvilgiu.

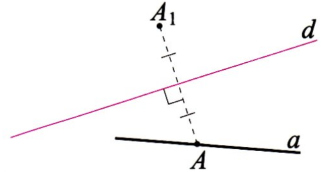
b) Nubrėžkite trikampių ABC ir ABC_1 aukštines, pusiaukraštines ir pusiaukampines, išeinančias iš viršūnių C ir C_1. Ką pastebėjote?



141. Trikampio ABC viršūnė C netilpo lape. Nubrėžkite šio trikampio aukštinę, išeinančią iš viršūnės C.
Nurodymas. Nagrinėkite simetriją tiesės AB atžvilgiu.



142. Taškai A ir A_1 yra simetriški tiesės d atžvilgiu. Naudodamiesi tik liniuote, nubrėžkite tiesę a_1, simetrišką tiesei a tiesės d atžvilgiu.

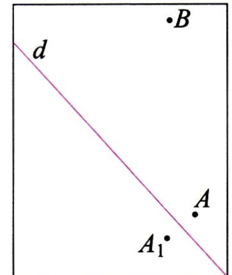


143. Pavaizduotame popieriaus lape taškai A ir A_1 yra simetriški tiesės d atžvilgiu, o taškui B simetriškas taškas B_1 yra už lapo. Persibraižykite brėžinį į sąsiuvinius. Nebraižydami už lapo:

a) raskite tiesių AB_1 ir BA_1 susikirtimo tašką;

b) išmatuokite atkarpų A_1B_1 ir AB_1 ilgius;

c) išmatuokite kampų A_1AB_1 ir AA_1B_1 dydžius.



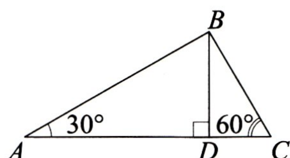
144. Koordinačių plokštumoje atidėkite taškus $A(2; 0)$, $B(2; 3)$, $C(0; 3)$, $D(-2; 0)$, $E(-2; -3)$. Raskite koordinates taškų, simetriškų jiems:

a) Ox ašies atžvilgiu; b) Oy ašies atžvilgiu.

145. Kokios yra koordinatės taško, simetriško taškui $M(x; y)$:

a) Ox ašies atžvilgiu; b) Oy ašies atžvilgiu?

146. Užbaikite pildyti lentelę:



AB	DC	AC	AD	BC	BD
$8\sqrt{3}$					
			10		
	5				
				4	
					6
		16			

147. Metalofone trūksta dviejų plokštelių: *re* ir *si*. Metalofono plokštelių ilgiai pateikti lentelėje.

Nata	*do*	*re*	*mi*	*fa*	*sol*	*la*	*si*	*do*
Plokštelės ilgis (mm)	124		110	107	101	95		88

Raskite *re* ir *si* plokštelių ilgius, jeigu visų plokštelių ilgių suma 832 mm, o *re* plokštelė 1,3 karto ilgesnė už *si* plokštelę.

148. Mariaus matematikos pažymiai yra 7, 8 ir 5. Kokį pažymį turi gauti Marius, kad jo pažymių vidurkis būtų ne mažesnis už 7?

149. Apskaičiuokite:

a) $\frac{5\cdot10^{12}\cdot10^{9}}{2\cdot(10^{5})^{4}}$; b) $\frac{5\cdot10\cdot10^{-3}}{2^{-1}\cdot10^{-4}}$; c) $4^{0} - 53{,}3 : 6$; d) $2\frac{3}{8} - 6\cdot\left(\frac{3}{8}\right)^{0}$.

150. Koks kvadrato kraštinės ilgis, jei, vieną kvadrato kraštinę padidinus 3 m, o kitą sumažinus 2 m, gaunamas stačiakampis, kurio plotas:

a) lygus duotojo kvadrato plotui;
b) ne mažesnis už duotojo kvadrato plotą?

151. Per metus 850 Lt indėlis išaugo iki 884 Lt.

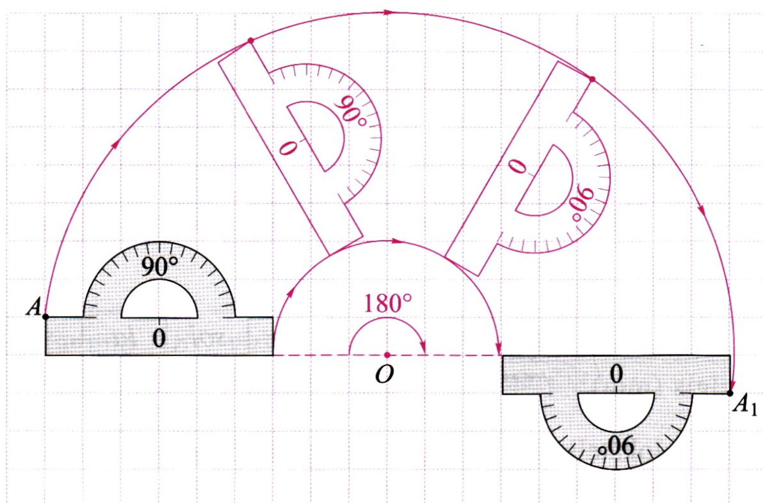
a) Kiek palūkanų gauta už indėlį per metus?
b) Kokia yra banko palūkanų norma?
c) Kokio dydžio buvo indėlis, jeigu po metų jis banke išaugo iki 1008,8 Lt?
d) Kiek palūkanų bus gauta po metų, padėjus į banką 1500 Lt?

152. Beno švarke yra 3 kišenės. Keliais būdais Benas gali du skirtingos vertės banknotus įsidėti į šias kišenes?

A 4 **B** 6 **C** 8 **D** 9 **E** 3

2 Simetrija taško atžvilgiu

Brėžinyje pavaizduotos dvi lygios figūros, užimančios tam tikrą padėtį taško O atžvilgiu.

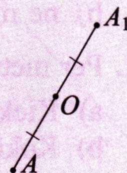


Pastebėkime, kad, pasukus vieną figūrą apie tą tašką 180° kampu, ji sutaps su kita. Tokias dvi figūras vadinsime *simetriškomis taško O atžvilgiu*, o tą tašką — *simetrijos centru*.

1 užduotis.

1. Persibraižykite simetriškus matlankius į sąsiuvinį.
2. Atkarpa sujunkite bet kuriuos du atitinkamus matlankių taškus.
3. Ką galite pasakyti apie nubrėžtos atkarpos ir taško O tarpusavio padėtį?

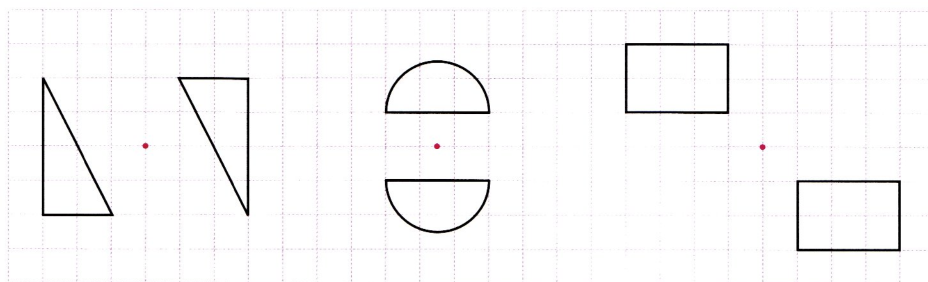
Taškai A ir A_1 yra simetriški taško O atžvilgiu, jeigu taškas O yra atkarpos AA_1 vidurio taškas, t. y. $AO = OA_1$. Tašką O laikysime simetrišku sau pačiam.



Akivaizdu, kad vieno matlankio taškai yra simetriški kito matlankio taškams centro O atžvilgiu.

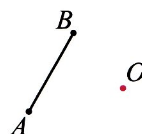
Dvi figūros yra simetriškos centro atžvilgiu, jeigu kiekvienas vienos figūros taškas yra simetriškas kitos figūros taškui to centro atžvilgiu.

Pastebėkime, kad simetriškos taško atžvilgiu figūros yra lygios, pavyzdžiui:

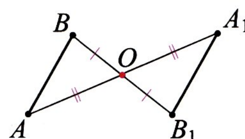


Braižant figūrą, simetrišką duotajai centro atžvilgiu, pakanka rasti kelis (ar net vieną) simetriškus taškus.

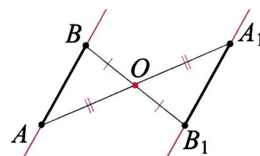
1 PAVYZDYS.
Raskime atkarpą A_1B_1, simetrišką atkarpai AB taško O atžvilgiu.



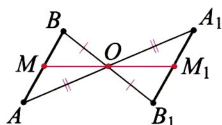
Raskime taškus A_1 ir B_1, simetriškus atkarpos AB galams A ir B. Taškus A_1 ir B_1 sujunkime atkarpa. Atkarpos AB ir A_1B_1 yra simetriškos taško O atžvilgiu. Tuo galima įsitikinti, pasukus atkarpą AB 180° kampu apie tašką O — atkarpos AB ir A_1B_1 sutaps.



Pastaba. Tiesės AB ir A_1B_1 taip pat yra simetriškos taško O atžvilgiu.



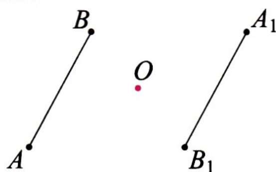
Nesukdami atkarpos AB 180° kampu apie tašką O, įrodysime, kad atkarpa AB yra simetriška atkarpai A_1B_1 centro O atžvilgiu.



Duota: $AO = OA_1$, $BO = OB_1$.
Įrodyti: 1) $AB = A_1B_1$; 2) bet kuris atkarpos AB taškas yra simetriškas atkarpos A_1B_1 atitinkamam taškui.

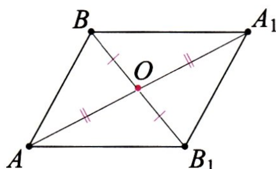
Įrodymas. 1) $\triangle AOB = \triangle A_1OB_1$, nes $AO = OA_1$, $BO = OB_1$ ir $\angle AOB = \angle A_1OB_1$, (kryžminiai kampai). Taigi $AB = A_1B_1$ ir $\angle BAO = \angle B_1A_1O$.
2) Per bet kurį atkarpos AB tašką M ir tašką O nubrėžkime tiesę, kuri kerta atkarpą A_1B_1 taške M_1. Įrodysime, kad taškai M ir M_1 yra simetriški centro O atžvilgiu. $\triangle MOA = \triangle M_1OA_1$, nes $OA = OA_1$, $\angle BAO = \angle B_1A_1O$ ir $\angle MOA = \angle M_1OA_1$. Iš to išplaukia, kad $MO = OM_1$, t. y. taškai M ir M_1 yra simetriški taško O atžvilgiu.

Nesunku įsitikinti, kad taško atžvilgiu simetriškos atkarpos (tiesės) yra lygiagrečios.



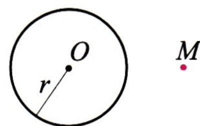
Duota: AB ir A_1B_1 simetriškos taško O atžvilgiu.
Įrodyti: $AB \parallel A_1B_1$.

Įrodymas. Kadangi atkarpos AB ir A_1B_1 yra simetriškos taško O atžvilgiu, tai $AO = OA_1$ ir $BO = OB_1$. Atkarpos AA_1 ir BB_1 yra keturkampio ABA_1B_1 įstrižainės.

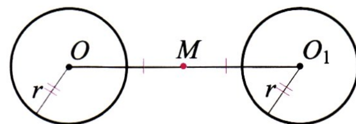


Kadangi tos įstrižainės susikirsdamos viena kitą dalija pusiau, tai keturkampis ABA_1B_1 yra lygiagretainis. Vadinasi, $AB \parallel A_1B_1$.

2 PAVYZDYS.
Raskime apskritimą, simetrišką duotajam apskritimui taško M atžvilgiu.



Raskime tašką O_1, simetrišką duotojo apskritimo centrui O taško M atžvilgiu. Iš taško O_1 nubrėžkime spindulio r apskritimą. Apskritimai yra simetriški taško M atžvilgiu.



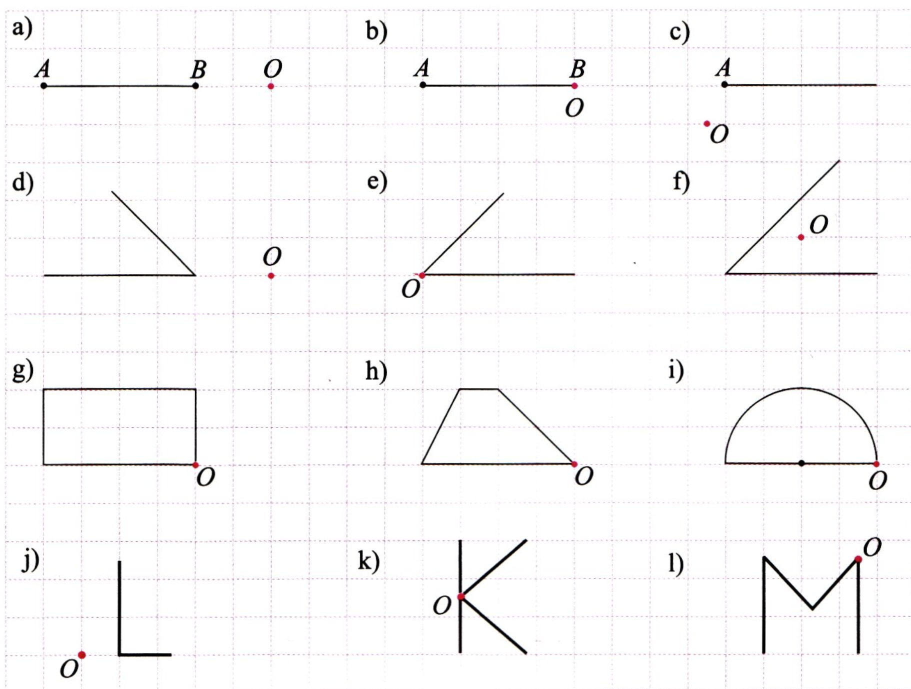
Pastaba. Jeigu simetrijos centras M sutampa su apskritimo centru, tai tas apskritimas yra simetriškas sau pačiam.

2 užduotis.

1. Nubraižykite trikampį ABC ir pažymėkite šalia jo tašką O. Raskite trikampį $A_1B_1C_1$, simetrišką trikampiui ABC taško O atžvilgiu.
2. Nubraižykite kampą ABC ir pažymėkite šalia jo tašką O. Raskite kampą $A_1B_1C_1$, simetrišką kampui ABC taško O atžvilgiu.

Pratimai ir uždaviniai

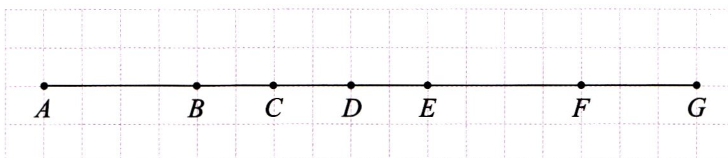
153. Persibraižykite į sąsiuvinius kiekvieną brėžinį ir nubraižykite figūrą, simetrišką duotajai taško O atžvilgiu:



154. Trikampyje ABC: $\angle A = 45°$, $\angle C = 75°$, o trikampyje DEF: $\angle D = 45°$, $\angle F = 80°$. Iš trijų žemiau pateikiamų tvirtinimų tik vienas yra teisingas teiginys. Kuris?

A Abu trikampiai simetriški centro atžvilgiu.
B Abu trikampiai nėra simetriški centro atžvilgiu.
C Neaišku, ar šie trikampiai yra simetriški centro atžvilgiu.

155.



Pažiūrėję į brėžinį pasakykite, kas turėtų būti parašyta vietoj daugtaškių.

a) Taškas A yra simetriškas taškui ... taško ... atžvilgiu.
b) Taškas B yra simetriškas taškui ... taško ... atžvilgiu.
c) Taškas C yra simetriškas taškui ... taško ... atžvilgiu.
d) Taškas ... yra simetriškas taškui ... taško E atžvilgiu.

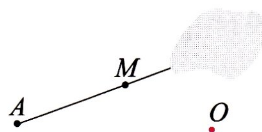
156. Taškai A_1, B_1 ir C_1 simetriški taškams A, B ir C taško O atžvilgiu. Ar taškai A_1, B_1 ir C_1 priklauso vienai tiesei, jeigu:

a) $AB = 4$ cm, $BC = 9$ cm, $AC = 12$ cm;

b) $AB = 6$ cm, $CA = 13$ cm, $BC = 7$ cm?

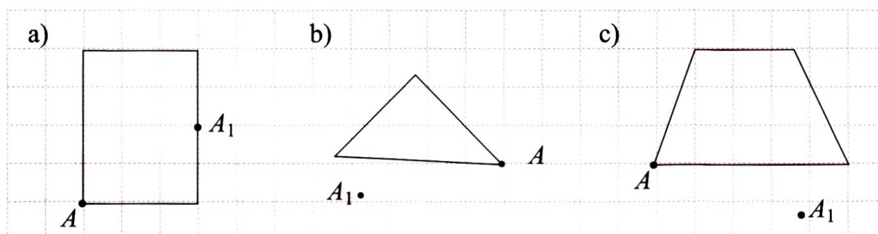
157. Trikampio ABC pusiaukraštinės AD vidurio taškas yra E. Įrodykite, kad taškams B ir C centro E atžvilgiu simetriški taškai B_1 ir C_1 ir taškas A yra vienoje tiesėje.

158. Taškas M yra atkarpos AB vidurio taškas. Ant atkarpos AB galo B užtiško rašalo ir atsirado dėmė. Raskite atkarpą, simetrišką atkarpai AB taško O atžvilgiu.



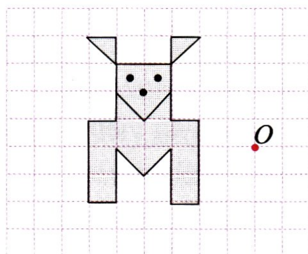
159. Trikampyje ABC: $AB = 9{,}5$ cm, $BC = 3{,}8$ cm ir $AC = 7$ cm. Kraštinės AC vidurio taškas yra M. Taškas D yra simetriškas taškui B taško M atžvilgiu. Apskaičiuokite keturkampio $ABCD$ perimetrą.

160. Taškai A ir A_1 yra simetriški taško O, kuris brėžinyje nepažymėtas, atžvilgiu. Nubraižykite figūrą, simetrišką duotajai taško O atžvilgiu:

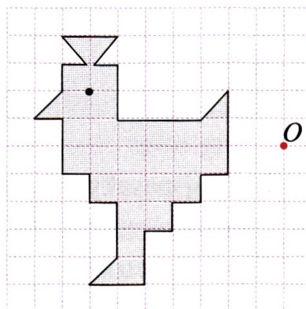


161. Nubraižykite figūrą, simetrišką duotajai taško O atžvilgiu:

a)



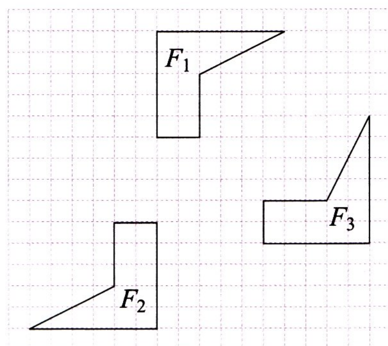
b)



162. Užbaikite sakinius, vietoj daugtaškių įrašydami „tiesės atžvilgiu“ arba „taško atžvilgiu“.

a) Figūra F_1 simetriška figūrai F_2 ...
b) Figūra F_1 simetriška figūrai F_3 ...

Kiekvienu atveju nurodykite simetrijos centrą arba simetrijos ašį.



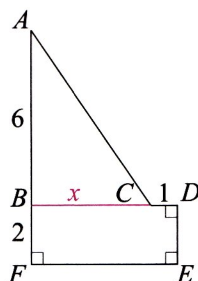
163. Stačiajame trikampyje statinio, esančio prieš 30° kampą, ir įžambinės ilgių suma lygi 12 cm. Apskaičiuokite trikampio perimetrą ir plotą.

164. Apskaičiuokite rombo plotą, jei:

a) jo kraštinė lygi 6,5 cm, o smailusis kampas 30°;
b) jo perimetras lygus 38 dm, o bukasis kampas 150°.

165. 100 g bananų turi 90 kcal energijos. Kiek daugiausia gramų bananų galima suvalgyti, kad gautos energijos kiekis neviršytų 405 kcal?

166. a) Apskaičiuokite S_{ABC} ir S_{BDEF}.
b) Su kuria x reikšme $S_{ABC} = S_{BDEF}$?
c) Su kuriomis x reikšmėmis $2S_{ABC} \geqslant S_{BDEF}$?
d) Su kuriomis x reikšmėmis $S_{ABC} \leqslant \frac{4}{3}S_{BDEF}$?



167. Žinoma, kad stačiakampio perimetras ne mažesnis už 18,6 dm ir ne didesnis už 21,6 dm, o viena kraštinė ne mažesnė už 3,1 dm ir ne didesnė už 3,5 dm. Įvertinkite kitos kraštinės ilgį.

168. Stačiakampio ilgis $(x+7)$ cm, plotis $(x+1)$ cm, o kvadrato kraštinės ilgis $(x+3)$ cm.

a) Apskaičiuokite stačiakampio ir kvadrato perimetrus.
b) Apskaičiuokite stačiakampio ir kvadrato plotus.
c) Ar gali stačiakampio ir kvadrato perimetrai būti lygūs? Jeigu taip, tai su kuria x reikšme?
d) Ar gali stačiakampio ir kvadrato plotai būti lygūs? Jeigu taip, tai su kuria x reikšme?

169. Apskaičiuokite racionaliausiu būdu:

a) $\frac{3}{7} \cdot (-0{,}54) - 1{,}56 \cdot \frac{3}{7}$; b) $-0{,}77 \cdot \frac{4}{9} - \frac{4}{9} \cdot 2{,}83$.

170. Suprastinkite reiškinį:

a) $3(1-2x)(2x+1)$ b) $(a-2)(a+2)-2a(5-a)$

c) $(x+y)^2-(x-y)^2$ d) $7(c+d)^2-14cd$

171. Dviejų skaičių suma lygi 48. Raskite šiuos skaičius, jeigu 40% didesniojo yra lygu $\frac{2}{3}$ mažesniojo.

172. Tepalo cisternos matuoklis rodė, kad buvo užpildyta $\frac{1}{7}$ cisternos. Po to, kai į cisterną buvo supilta dar 120 dekalitrų tepalo, matuoklis rodė, jog užpildyta $\frac{4}{7}$ cisternos. Kokia cisternos talpa dekalitrais?

A 560 daℓ **B** 420 daℓ **C** 280 daℓ **D** 240 daℓ **E** 210 daℓ

173. Dviese žaidžiamas toks žaidimas. Ant stačiakampio staliuko žaidėjai paeiliui vieną šalia kitos deda vienodas monetas. Pralaimi tas, kurio monetai ant stalo nebelieka vietos. Kaip turi žaisti pirmasis žaidėjas, kad laimėtų?

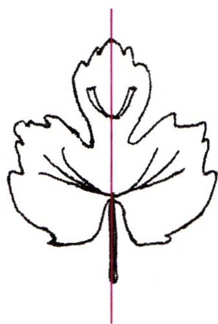
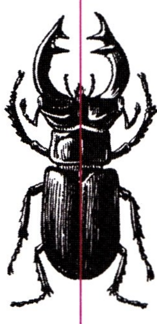
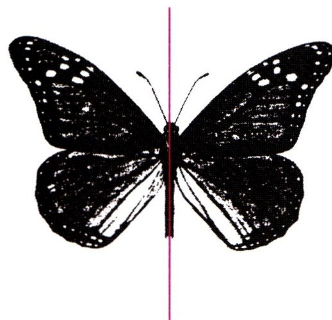
174. Pastebėję dėsningumą, nupieškite vietoj daugtaškių atitinkamas figūras.



Nurodymas. Remkitės simetrija tiesės atžvilgiu.

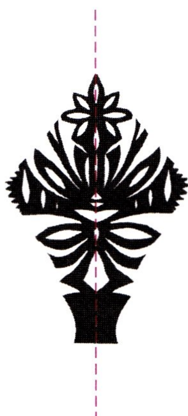
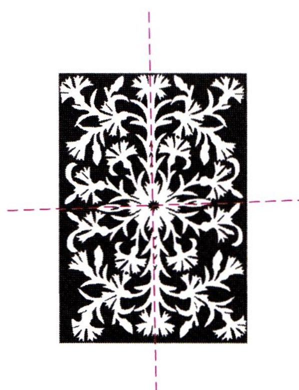
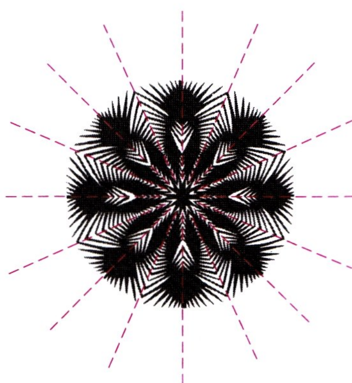
3 Simetriškos figūros

Paveikslėliuose pavaizduoti medžio lapas, vabalas ir drugelis yra simetriški patys sau tam tikros tiesės atžvilgiu. Sulenkus lapą per tą tiesę, skirtingose pusėse esančios piešinių dalys sutaps (jos yra lygios).

Tiesė, kurios atžvilgiu figūra yra simetriška pati sau, vadinama tos figūros simetrijos ašimi.

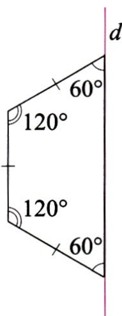
Figūra gali neturėti simetrijos ašies, turėti vieną ar kelias simetrijos ašis. Įvairių figūrų, turinčių kelias simetrijos ašis, nesunku išsikirpti iš popieriaus. Paveikslėliuose pavaizduoti trys karpiniai, turintys vieną, dvi ir aštuonias simetrijos ašis. Pirmasis karpinys yra iškirptas iš vieną kartą per vertikalią ašį sulenkto popieriaus lapo, antrasis — iš stačiakampio formos lapo, sulenkto du kartus: per vertikalią ir horizontalią ašis, o trečiasis — iš keturis kartus sulenkto lapo. Lenkimo linijos parodytos punktyrais.

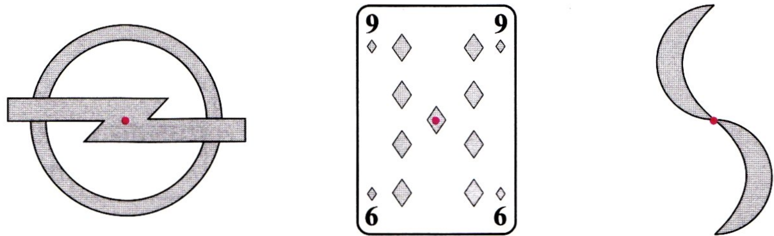
Lentelėje pavaizduota kai kurių geometrinių figūrų simetrijos ašys.

Figūra	Simetrijos ašys	Simetrijos ašių skaičius	Simetrijos ašių padėtys
Atkarpa		Dvi	Vidurio statmuo. Tiesė, einanti per tą atkarpą.
Kampas		Viena	Tiesė, einanti per kampo pusiaukampinę.
Stačiakampis		Dvi	Tiesės, einančios per priešingų kraštinių vidurio taškus.
Rombas		Dvi	Tiesės, einančios per įstrižaines.
Kvadratas		Keturios	Tiesės, einančios per priešingų kraštinių vidurio taškus ir per įstrižaines.
Apskritimas		Be galo daug	Kiekviena tiesė, einanti per apskritimo centrą.

Užduotis.
1) Pabaikite braižyti figūrą, kuri simetriška tiesės *d* atžvilgiu.
2) Įrodykite, kad gautoji figūra turi šešias simetrijos ašis.



Paveikslėliuose pavaizduoti piešiniai yra simetriški patys sau taško (centro) atžvilgiu. Pasukę figūrą apie tą tašką 180° kampu, gausime tą patį vaizdą, koks buvo ir prieš pasukant.



Taškas, kurio atžvilgiu figūra simetriška pati sau, vadinamas figūros simetrijos centru.

Simetriškų figūrų centro atžvilgiu pavyzdžiai:

Figūra	Simetrijos centras	Simetrijos centro padėtis
Atkarpa		Vidurio taškas
Kvadratas		Įstrižainių susikirtimo taškas
Apskritimas		Apskritimo centras

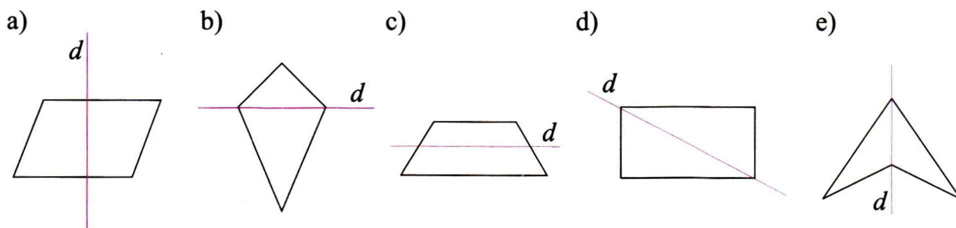
Įrodykime, kad kiekvieno lygiagretainio įstrižainių susikirtimo taškas yra to lygiagretainio simetrijos centras.

Duota: $ABCD$ — lygiagretainis,
$O \in BD$ ir $O \in AC$.
Įrodyti: taškas O — lygiagretainio simetrijos centras.

Įrodymas. Kadangi lygiagretainio įstrižainės susikirtimo taške dalijasi pusiau, tai taškai A ir C; B ir D yra simetriški taško O atžvilgiu, todėl ir atkarpos AB ir CD; AD ir CB yra simetriškos O atžvilgiu. Vadinasi, lygiagretainis $ABCD$ yra simetriškas pats sau centro O atžvilgiu.

Pratimai ir uždaviniai

175. Iš akies nustatykite, ar tiesė *d* yra figūros simetrijos ašis.



176. ABCDEFGHIJKLMNOPSTUVZ

Kurios raidės turi:

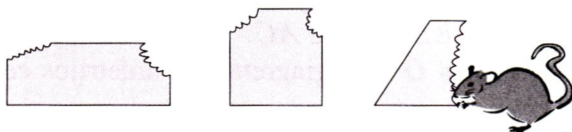
a) vieną simetrijos ašį
b) dvi simetrijos ašis
c) daugiau negu dvi simetrijos ašis
d) neturi simetrijos ašių?

177. Kiek simetrijos ašių turi:

a) lygiakraštis trikampis
b) lygiašonis trikampis
c) įvairiakraštis trikampis
d) status lygiašonis trikampis?

178. Įrodykite, kad lygiašonio trikampio pusiaukraštinės, nubrėžtos į šonines kraštines, yra lygios ir susikerta taške, priklausančiame trikampio aukštinei, nubrėžtai į pagrindą.

179. Pelė apgraužė stačiakampį, kvadratą ir rombą. Nubrėžkite tų figūrų (žinoma, neapgraužtų) simetrijos ašis.

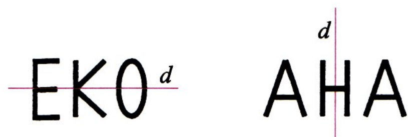


180. Pateikite simetrijos ašių turinčių figūrų pavyzdžių iš mus supančios aplinkos.

181. Iš popieriaus lapo iškirpkite figūrą, turinčią:

a) vieną; b) dvi; c) keturias simetrijos ašis.

182. Pirmasis žodis turi horizontalią, o antrasis — vertikalią simetrijos ašį.



Parašykite keletą žodžių, turinčių:

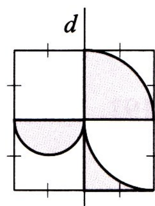
a) vertikalią simetrijos ašį; b) horizontalią simetrijos ašį;
c) ir vertikalią, ir horizontalią simetrijos ašis.

183. Nubraižykite keturkampį, kuris turėtų tik vieną simetrijos ašį, nesutampančią nė su viena įstrižaine.

184. Keturkampio $ABCD$ simetrijos ašis yra tiesė AC.

a) Kurios kraštinių poros turi būti lygios?
b) Ar gali visos keturkampio kraštinės būti lygios?

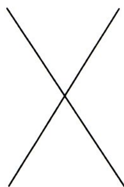
185. Papildykite iš trijų nuspalvintų dalių sudarytą figūrą taip, kad ji būtų simetriška tiesės d atžvilgiu. Apskaičiuokite gautosios figūros plotą, jeigu didžiojo kvadrato kraštinė lygi 4 cm.

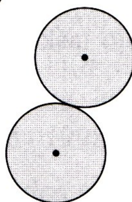


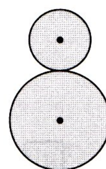
186. Pasinaudojant ašine simetrija, užkoduotas žodis. Pasakykite, koks tai žodis, jeigu užkoduotas jis atrodo taip:

ƧIWE⊥ЯIΓ∀

187. Nubrėžkite pavaizduotos figūros visas simetrijos ašis:

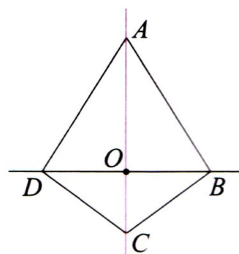
a) 

b) 

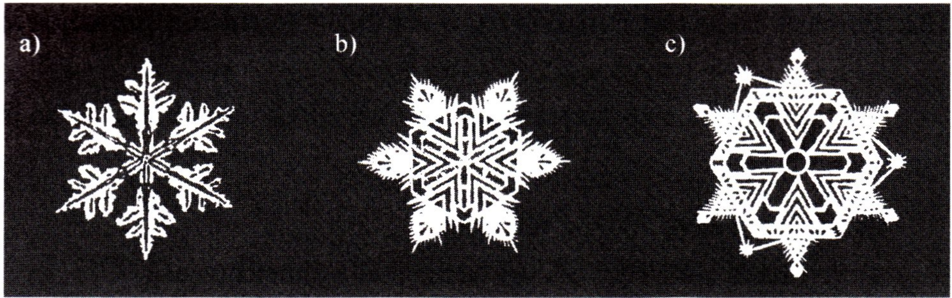
c) 

188. Duota: AC — keturkampio $ABCD$ simetrijos ašis,
$AD = 7\,\text{cm}$, $BC = 3\,\text{cm}$, $BO = 2\,\text{cm}$.
Apskaičiuokite:

a) P_{ABD}; b) P_{ABCD}; c) S_{ABCD}.



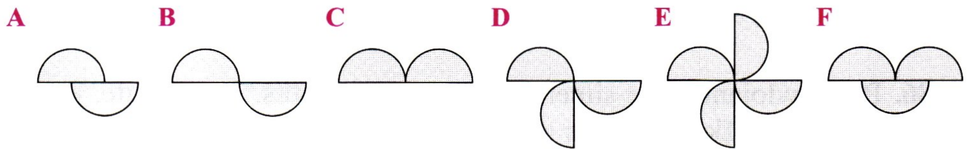
189.



a) Kiek simetrijos ašių turi kiekviena snaigė?
b) Kurios snaigės turi simetrijos centrą?
c) Kaip galima būtų pakeisti vieną snaigę, kad ir ji turėtų simetrijos centrą?

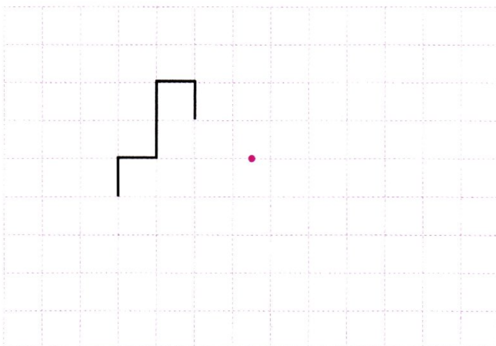
190. a) Ar egzistuoja trikampis, turintis simetrijos centrą?
b) Ar egzistuoja kampas, turintis simetrijos centrą?
c) Kiek simetrijos centrų turi tiesė?

191. Kurios figūros turi simetrijos centrą; simetrijos ašį (ašis)?

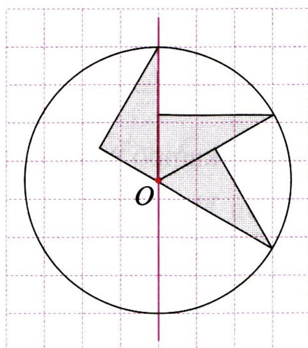


192. Iškirpkite iš standaus popieriaus du lygius lygiašonius trikampius. Kaip juos reikia padėti plokštumoje, kad gautume figūrą, turinčią dvi simetrijos ašis ir simetrijos centrą? Ar toks būdas vienintelis?

193. a) Pabaikite braižyti figūrą, papildydami ją 7 atkarpomis taip, kad gauta figūra būtų simetriška duotojo taško atžvilgiu.



b) Nusibraižykite šią figūrą ir ją papildykite taip, kad gauta figūra būtų simetriška tiesės atžvilgiu, o taškas O būtų jos simetrijos centras.



194. Suprastinkite:

a) $\dfrac{\sqrt{8}}{\sqrt{6}\cdot\sqrt{12}}$; b) $\sqrt{\dfrac{3}{35}}\cdot\sqrt{\dfrac{245}{21}}$; c) $\dfrac{\sqrt{2}\cdot\sqrt{7}\cdot\sqrt{35}}{\sqrt{15}\cdot\sqrt{21}\cdot\sqrt{14}}$.

195. Reiškinius užrašykite pavidalu $a\sqrt{b}$; čia a ir b — sveikieji skaičiai:

a) $-4\sqrt{18}+\sqrt{128}-3\sqrt{32}$ b) $5\sqrt{27}-2\sqrt{75}+3\sqrt{3}$

c) $\sqrt{20}-\sqrt{125}+2\sqrt{245}$ d) $\sqrt{75}-2\sqrt{12}+2\sqrt{27}$

196. Išskaidykite dauginamaisiais:

a) $(3x-5)^2-(3x-5)$;
b) $(3x+4)+9x^2-16$;
c) $(2x+1)(x-2)-(4x-1)(2-x)$;
d) $(3-2x)(2x+5)-(3x-5)(2x-3)$.

197. a) Suprastinkite: $(x-4)^2-(x-2)(x-8)$.
Remdamiesi gautu rezultatu, apskaičiuokite:
$1999996^2-1999998\cdot1999992$.
b) Suprastinkite: $n^2-(n-1)(n+1)$.
Remdamiesi gautu rezultatu, apskaičiuokite:
$19981999^2-19981998\cdot19982000$.

198. Kiek procentų vienos valandos sudaro 1800 sekundžių?

A $\frac{1}{1800}\%$ **B** $\frac{1}{30}\%$ **C** 5% **D** 50% **E** 200%

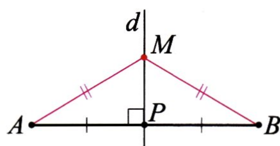
199. Iš skaitmenų 0, 1, 2, kuriuos galima ir kartoti, parašykite visus galimus:

a) triženklius natūraliuosius skaičius;
b) triženklius nelyginius natūraliuosius skaičius.

4 Atkarpos vidurio statmens ir kampo pusiaukampinės savybės

Atkarpos vidurio statmuo yra atkarpos simetrijos ašis, o kampo pusiaukampinė — kampo simetrijos ašis.

1 teorema. *Atkarpos vidurio statmens kiekvienas taškas yra lygiai nutolęs nuo tos atkarpos galų.*



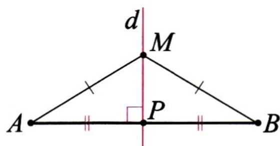
Duota: AB — atkarpa, $AP = PB$, $d \perp AB$, $P \in d$.
Įrodyti: $AM = MB$, $M \in d$.

Įrodymas. Tiesėje d pažymėkime bet kurį tašką M, nesutampantį su tašku P. Tašką M sujunkime su atkarpos AB galais. Gavome du trikampius: $\triangle APM$ ir $\triangle BPM$. $\triangle APM = \triangle BPM$, nes $AP = PB$, MP — bendra ir $\angle APM = \angle BPM = 90°$. Vadinasi, $AM = MB$.

Šią savybę galima įrodyti ir remiantis simetrija.

Tiesė d yra atkarpos AB simetrijos ašis. Todėl taškai A ir B yra simetriški šios tiesės atžvilgiu. Tiesėje d pažymėkime bet kurį tašką M. Taškas M yra simetriškas sau pačiam tiesės d atžvilgiu. Vadinasi, atkarpa AM yra simetriška atkarpai BM. Todėl jos yra lygios.

2 teorema. (Atvirkštinė 1 teoremai.) *Jeigu taškas yra vienodai nutolęs nuo atkarpos galų, tai jis priklauso tos atkarpos vidurio statmeniui.*

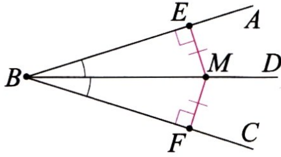


Duota: AB — atkarpa, $AM = MB$.
Įrodyti: taškas M priklauso atkarpos AB vidurio statmeniui.

Įrodymas. Trikampis AMB yra lygiašonis, nes $AM = BM$. Per tašką M ir atkarpos AB vidurio tašką P nubrėžkime tiesę d. Tiesė d trikampį AMB dalija į du lygius trikampius APM ir BPM, nes $AM = MB$, $AP = PM$, o MP — bendra. Vadinasi, $\angle MPA = \angle MPB = 90°$. Taigi tiesė d yra atkarpos AB vidurio statmuo. Vadinasi, taškas M priklauso atkarpos AB vidurio statmeniui.

? Kur yra lygiašonio trikampio simetrijos ašis?
Kiek simetrijos ašių turi lygiakraštis trikampis?

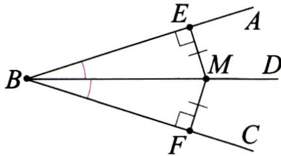
3 teorema. *Kiekvienas kampo pusiaukampinės taškas yra lygiai nutolęs nuo kampo kraštinių.*



Duota: $\angle ABC$, $\angle ABD = \angle CBD$, $M \in BD$.
Įrodyti: taškas M vienodai nutolęs nuo BA ir BC, t. y. $ME = MF$.

Įrodymas. Iš taško M nubrėžkime statmenis kampo kraštinėms BA ir BC, t. y. $ME \perp BA$ ir $MF \perp BC$. Atkarpų ME ir MF ilgiai yra taško M atstumai iki kampo kraštinių. Trikampiai BEM ir BFM yra statieji. $\angle EBM = \angle FBM$, nes BD yra $\angle ABC$ pusiaukampinė. Todėl ir $\angle EMB = \angle FMB$. Vadinasi, $\triangle BEM = \triangle BFM$ (pagal kraštinę BM ir atitinkamai lygius kampus prie jos). Taigi $ME = MF$, t. y. taškas M vienodai nutolęs nuo kampo kraštinių.

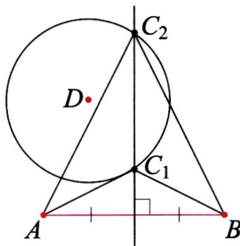
4 teorema. (Atvirkštinė 3 teoremai.) *Jeigu kampo vidaus taškas yra lygiai nutolęs nuo kampo kraštinių, tai jis priklauso kampo pusiaukampinei.*



Duota: $\angle ABC$, $ME \perp AB$, $MF \perp BC$ ir $ME = MF$.
Įrodyti: taškas M priklauso kampo ABC pusiaukampinei BD, t. y. $\angle EBM = \angle FBM$.

Įrodymas. Trikampiai MEB ir MFB yra statieji, todėl pagal Pitagoro teoremą $BE^2 = BM^2 - ME^2$ ir $BF^2 = BM^2 - MF^2$. Kadangi $ME = MF$, tai $BE^2 = BF^2$. Vadinasi, ir $BE = BF$. Taigi $\triangle MEB = \triangle MFB$ (pagal tris kraštines). Vadinasi, $\angle EBM = \angle FBM$.

UŽDAVINYS. Duota atkarpa AB ir šalia jos esantis taškas D. Nubraižykime lygiašonį trikampį, kurio pagrindas AB, o trikampio viršūnė C, nutolusi 2 cm nuo taško D.



Sprendimas. Lygiašonio trikampio viršūnė C yra vienodai nutolusi nuo atkarpos AB galų. Vadinasi, ji yra atkarpos AB vidurio statmenyje. Nubrėžiame atkarpos AB vidurio statmenį. Kita vertus, viršūnė C yra nutolusi 2 cm atstumu nuo taško D. Vadinasi, taškas C priklauso apskritimui, kurio centras D, o spindulys 2 cm. Nubrėžiame šį apskritimą. Atkarpos AB vidurio statmens susikirtimo su apskritimu taškai C_1 ir C_2 yra ieškomo trikampio viršūnės.

Sujungę taškus C_1 ir C_2 su taškais A ir B atkarpomis, gauname du lygiašonius trikampius. Priklausomai nuo taško D padėties apskritimas ir statmuo gali kirstis dviejuose taškuose, liestis arba nesikirsti. Taigi galima nubraižyti du trikampius, vieną arba nei vieno.

Pratimai ir uždaviniai

200. Įvairiakraščio trikampio vienos kraštinės vidurio statmuo kerta tiktai vieną iš likusių kitų dviejų kraštinių. Kurią — ilgesniąją ar trumpesniąją?

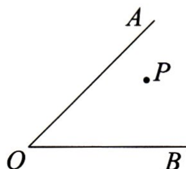
201. Nubraižykite smailųjį trikampį ir nubrėžkite jo kraštinių vidurio statmenis. Jie turi susikirsti viename taške. Tą patį atlikite su bukuoju ir stačiuoju trikampiais. Kur yra kraštinių vidurio statmenų susikirtimo taškas?

202. Sąsiuvinyje pažymėkite taškus A, B ir C: $AB = 4\,\text{cm}$, $AC = 3\,\text{cm}$, $\angle BAC = 100°$. Nubraižykite tokį lygiašonį trikampį ABM, kad taškas M būtų nutolęs nuo taško C 3 cm atstumu.

203. Įrodykite, kad lygiagretainio kampų pusiaukampinės susikirsdamos sudaro stačiakampį.

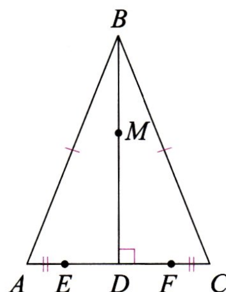
204. Smailiojo trikampio ABC ilgiausioji kraštinė yra BC. Šioje kraštinėje raskite tokį tašką D, kad $\angle DAC$ būtų lygus kampui ACB.

205. Kampo AOB viduje duotas taškas P. Raskite tašką, vienodai nutolusį nuo kampo kraštinių, o nuo taško P nutolusį 3 cm atstumu.



206. Nubrėžkite kampą ir jo viduje pažymėkite du taškus. Raskite tašką, vienodai nutolusį nuo kampo kraštinių ir nuo pažymėtųjų taškų.

207. $\triangle ABC$ — lygiašonis, BD — aukštinė. $AE = FC$, M — bet kuris aukštinės BD taškas. Kaip įrodyti, kad $\triangle EMF$ yra lygiašonis?



208. Prie lygiagretainio $ABCD$ kraštinių AD ir BC į išorę nubraižyti lygiakraščiai trikampiai AED ir BKC. Įrodykite, kad lygiagretainio įstrižainių susikirtimo taškas O yra atkarpos KE vidurio taškas.

209. Prie lygiagretainio $ABCD$ kraštinių AD ir BC į išorę nubraižyti kvadratai $ADEF$ ir $BCLK$. Įrodykite, kad atkarpos KE, LF susikerta taške O (lygiagretainio įstrižainių susikirtimo taškas) ir tas taškas dalija jas pusiau.

210. Kampo A kraštinėse atidėtos dvi lygios atkarpos AB ir AC. Taškas D yra vienodai nutolęs nuo taškų B ir C. Įrodykite, kad taškas D priklauso kampo pusiaukampinei.

211. Įrodykite, kad tiesė, statmena kampo pusiaukampinei, kampo kraštinėse atkerta lygias atkarpas.

212. Kaip kampo kraštines kertančioje tiesėje rasti tašką, vienodai nutolusį nuo kampo kraštinių?

213. Šalia geležinkelio (d) yra dvi gyvenvietės (A ir B). Kur reikia statyti geležinkelio stotelę (C), kad atstumai nuo stotelės iki gyvenviečių būtų vienodi?





214. Išspręskite nelygybių sistemą:

a) $\begin{cases} 1 - x < 2x, \\ 6 - 2x > 3(x - 3); \end{cases}$ b) $\begin{cases} 10 - 3x < 8(x - 7), \\ x - 20 < 19 - 3x; \end{cases}$

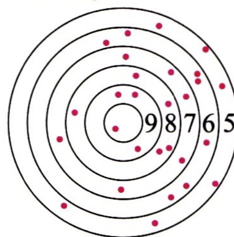
c) $\begin{cases} 12 - 5x < 3(x - 4), \\ 4x - 2 > 2(3 - x). \end{cases}$

215. Skautai motorine valtimi planuoja iš Merkinės Nemunu plaukti pasroviui ir grįžti atgal. Nemuno tėkmės greitis 3 km/h. Kelionėje planuojama užtrukti ne ilgiau kaip 3 h. Kokį didžiausią atstumą nuo Merkinės gali nuplaukti skautai, kad spėtų laiku grįžti atgal? Motorinės valties savasis greitis yra:

a) 18 km/h; b) 12 km/h; c) 9 km/h; d) 15 km/h.

216. Šaudymo treniruotėje Marius į taikinį iššovė 30 kartų.

a) Kiek kartų Marius nepataikė į taikinį?
b) Rezultatus surašykite variacine eilute.
c) Sudarykite rezultatų dažnių lentelę.
d) Nubraižykite rezultatų histogramą.
e) Koks rezultatų vidurkis, mediana?



217. Moneta metama tris kartus. Surašykite visas baigtis, palankias įvykiui:

a) skaičius atvirto ne mažiau nei du kartus;
b) skaičius atvirto mažiau nei du kartus.

218. Apskaičiuokite reiškinio:

a) $(x^2 + y^2) : xy$ reikšmę, kai $x = \sqrt{11} + \sqrt{3}$, $y = \sqrt{11} - \sqrt{3}$;

b) $x^2 - 2xy + y^2$ reikšmę, kai $x = 3 + \sqrt{5}$, $y = 3 - \sqrt{5}$.

219. Išskaidykite dauginamaisiais:

a) $7b^2 - 63$ b) $108 - 3a^2$ c) $y^4 - 16$

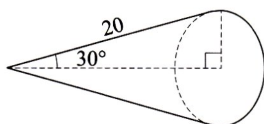
d) $81 - x^4$ e) $x^3 + 8x^2 + 16x$ f) $a^4 - 6a^3 + 9a^2$

220. Parašykite skaičius standartine išraiška:

a) 0,000085; b) 620 000; c) 0,00000256; d) 9 070 000.

221. Pagal brėžinio duomenis raskite kūgio pagrindo:

a) spindulį; b) apskritimo ilgį; c) plotą.



222. Trapecijos pagrindai lygūs 12 cm ir 8 cm, o kampai prie didesniojo pagrindo — 30° ir 45°. Apskaičiuokite trapecijos plotą.

223. Jeigu tarptautiniuose atsiskaitymuose vienas euras (EUR) atitinka 4,3208 lito (LTL), tai kiek litų atitinka 500:



a) Airijos svarų (IRP), žinant, kad 1 euras atitinka 0,787564 IRP;
b) Austrijos šilingų (AUS), žinant, kad 1 euras atitinka 13,7603 AUS;
c) Belgijos frankų (BEF), žinant, kad 1 euras atitinka 40,3399 BEF;
d) Ispanijos pesetų (ESP), žinant, kad 1 euras atitinka 166,386 ESP;
e) Italijos lirų (ITL), žinant, kad 1 euras atitinka 1936,27 ITL;
f) Portugalijos eskudų (POE), žinant, kad 1 euras atitinka 200,482 POE?

Pavyzdys. f) 500 POE atitinka $500 : 200{,}482 = 2{,}4939894\ldots$ (EUR), t. y. $4{,}3208 \cdot 2{,}4939894 \approx 10{,}78$ (LTL).

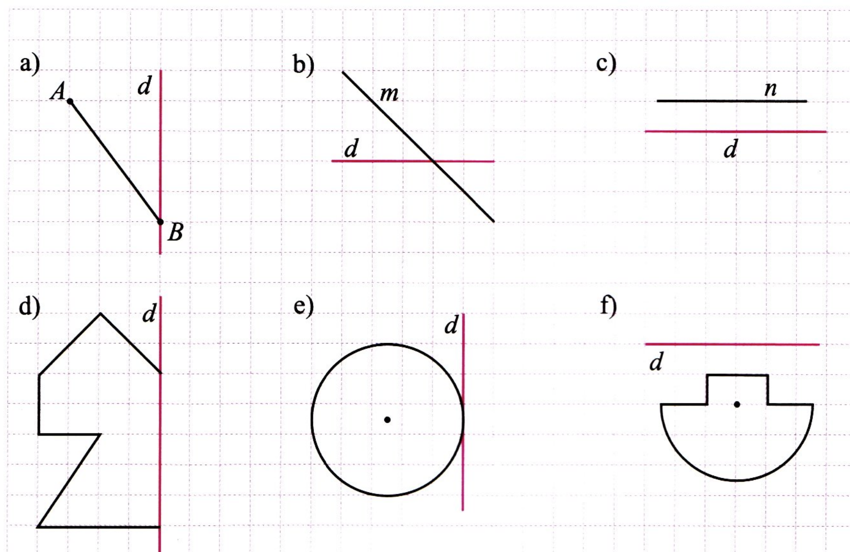
---

224. *Senovės Egipto uždavinys iš Rajundo papiruso* (2000–1700 *m. pr. Kr.*) *rankraščio, saugomo Britų muziejuje.*

Skritulio plotas lygus plotui kvadrato, kurio kraštinė yra $\frac{8}{9}$ skritulio skersmens. Kokia šiuo atveju apytikslė skaičiaus π reikšmė?

Pasitikrinkite

1. Persibraižykite languotame popieriuje kiekvieną brėžinį ir raskite figūrą, simetrišką duotajai figūrai tiesės d atžvilgiu.



2. Nubraižykite trikampį ABC, kurio $AB = 2\,\text{cm}$, $BC = 3\,\text{cm}$, $AC = 4\,\text{cm}$.

a) Raskite taškui B simetrišką tašką B_1 tiesės AC atžvilgiu.
b) Apskaičiuokite keturkampio $ABCB_1$ perimetrą.

3. Pažymėkite du taškus A ir B. Nubrėžkite tiesę d, kad taškai A ir B būtų simetriški tiesės d atžvilgiu, naudodamiesi:

a) liniuote su padalomis ir kampainiu;
b) skriestuvu ir liniuote be padalų.

4. Nubraižykite bet kokį kampą. Nubrėžkite jo pusiaukampinę, naudodamiesi:

a) matlankiu ir liniuote;
b) skriestuvu ir liniuote.

5. Sąsiuviniuose nubrėžkite tiesę l ir šalia jos vienoje pusėje pažymėkite du nevienodai nuo tos tiesės nutolusius taškus A ir B.

1) Raskite taškus A_1 ir B_1, simetriškus taškams A ir B tiesės l atžvilgiu.
2) Nubraižykite keturkampį ABB_1A_1. Koks tai keturkampis? Nubrėžkite jo įstrižaines.
3) Kodėl lygiašonės trapecijos įstrižainės yra lygios?

6. Tiesėje d pažymėtas taškas P. Kurie iš teiginių **A**, **B** ir **C** yra teisingi?

A Yra tokių plokštumos taškų A ir B, kad $AP = PB$ ir taškai A ir B yra simetriški tiesės d atžvilgiu.

B Bet kurie du plokštumos taškai, kuriems teisinga lygybė $AP = PB$, yra simetriški tiesės d atžvilgiu.

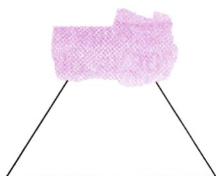
C Yra plokštumos taškų A ir B, nesimetriškų tiesės d atžvilgiu, kuriems galioja lygybė $AP = PB$.

7. a) Sąsiuviniuose nubrėžkite tiesę d ir šalia jos vienoje pusėje pažymėkite du taškus A ir B. Tiesėje d raskite tašką C, kad trikampis ACB būtų lygiašonis ($AC = BC$).

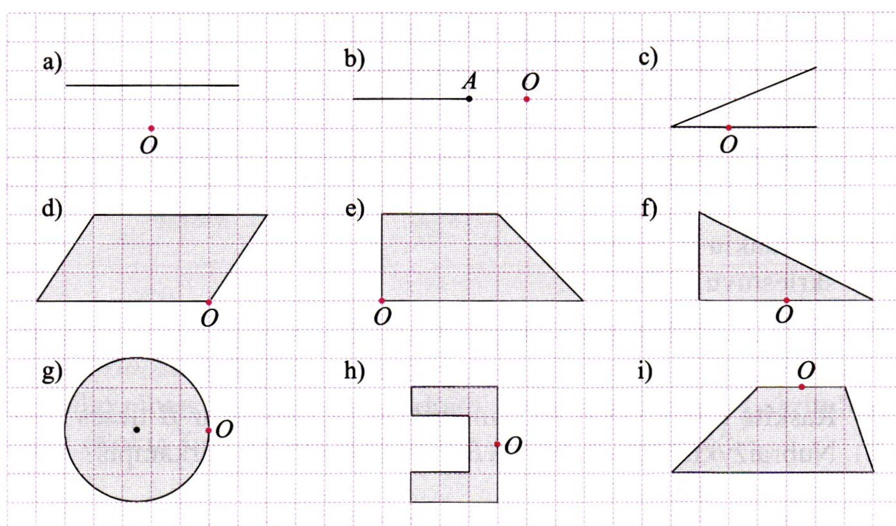
b) Nubrėžkite smailųjį kampą ir jo skirtingose kraštinėse pažymėkite du taškus A ir B. Nubraižykite lygiašonį trikampį ABC, kurio pagrindas AB, o viršūnė C yra kampo kraštinėje.

8. Nubrėžkite tiesę l ir šalia jos pažymėkite tašką A. Nubraižykite kvadratą, kurio viena viršūnė sutaptų su tašku A, o dvi viršūnės būtų tiesėje l.

9. Ant lygiakraščio trikampio viršūnės užtiško rašalo.
Nubrėžkite visas tris jo simetrijos ašis.



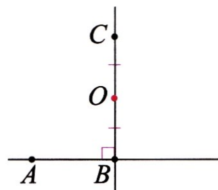
10. Persibraižykite į sąsiuvinius kiekvieną brėžinį ir nubraižykite figūrą, simetrišką taško O atžvilgiu.



11. Tiesės AB ir CB yra statmenos, be to, $CO = OB$.

a) Raskite tašką A_1, simetrišką taškui A taško O atžvilgiu.

b) Įrodykite, kad $A_1C \perp CB$.



12. Nubraižykite įvairiakraštį trikampį ABC.

a) Raskite taškams A ir B simetriškus taškus A_1 ir B_1 taško C atžvilgiu. Kokios rūšies keturkampis ABA_1B_1?

b) Nubraižykite tokį trikampį ABC, kad keturkampis ABA_1B_1 būtų: stačiakampis; rombas; kvadratas.

13. Iš standaus popieriaus iškirpkite du nelygius kvadratus. Padėkite juos taip, kad gauta figūra turėtų:

a) tik vieną simetrijos ašį, o simetrijos centro neturėtų;

b) tik simetrijos centrą;

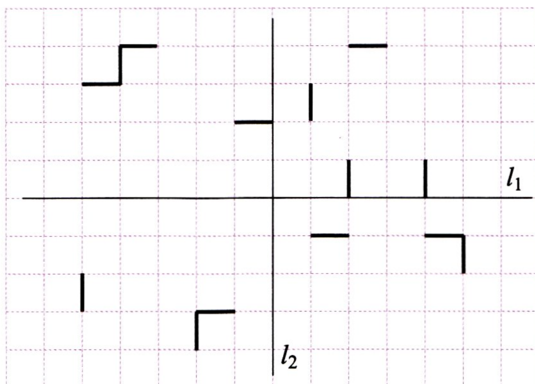
c) keturias simetrijos ašis ir simetrijos centrą (du būdai).

Pastaba. Galima kvadratą uždėti ant kvadrato.

14. Kurios iš pavaizduotų raidžių turi simetrijos centrą?

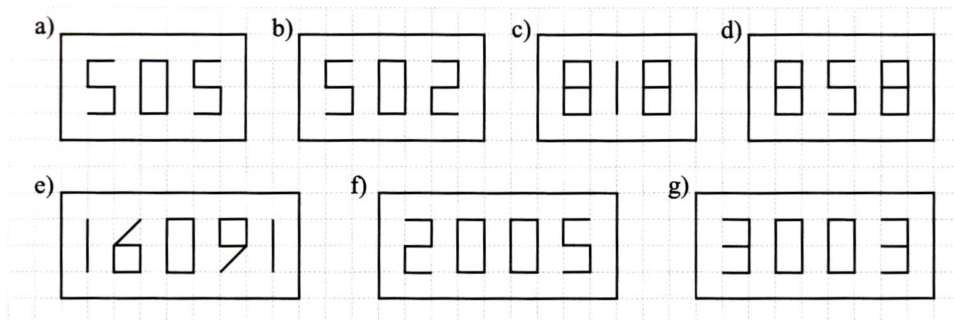
A B C D E F G H I J K L M N O P S T U V Z

15. Dalis figūros, turinčios dvi simetrijos ašis l_1 ir l_2, nuvalyta. Nubraižykite šią figūrą.



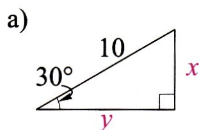
16. Nusibraižykite atkarpą, rombą, kvadratą ir raskite jų simetrijos centrus.

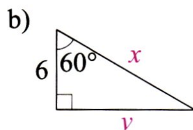
17. Ar brėžinyje pavaizduotos lentelės turi simetrijos centrą, simetrijos ašį (arba ašis)?

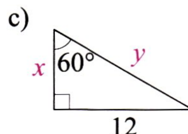


18. Nusibraižykite dvi atkarpas AB ir CD. Raskite plokštumoje tokį tašką M, kad trikampiai AMB ir CMD būtų lygiašoniai (AB ir CD — trikampių pagrindai). Ar visada toks taškas egzistuoja?

19. Apskaičiuokite x ir y:

a) 

b) 

c) 

20. Stačiosios trapecijos pagrindai 4 cm ir 7 cm, o smailusis kampas 30°. Apskaičiuokite trapecijos plotą.

21. Išspręskite nelygybių sistemą:

a) $\begin{cases} 0{,}6x + 7{,}2 > 0, \\ 5{,}2 \geqslant 2{,}6x; \end{cases}$ b) $\begin{cases} 1{,}5x + 4{,}5 \leqslant 0, \\ \frac{1}{9}x \geqslant 1. \end{cases}$

22. Išskaidykite dauginamaisiais:

a) $(3x - 2) - (3x - 2)^2$ b) $(4 - 9x^2) - (2 - 3x)$

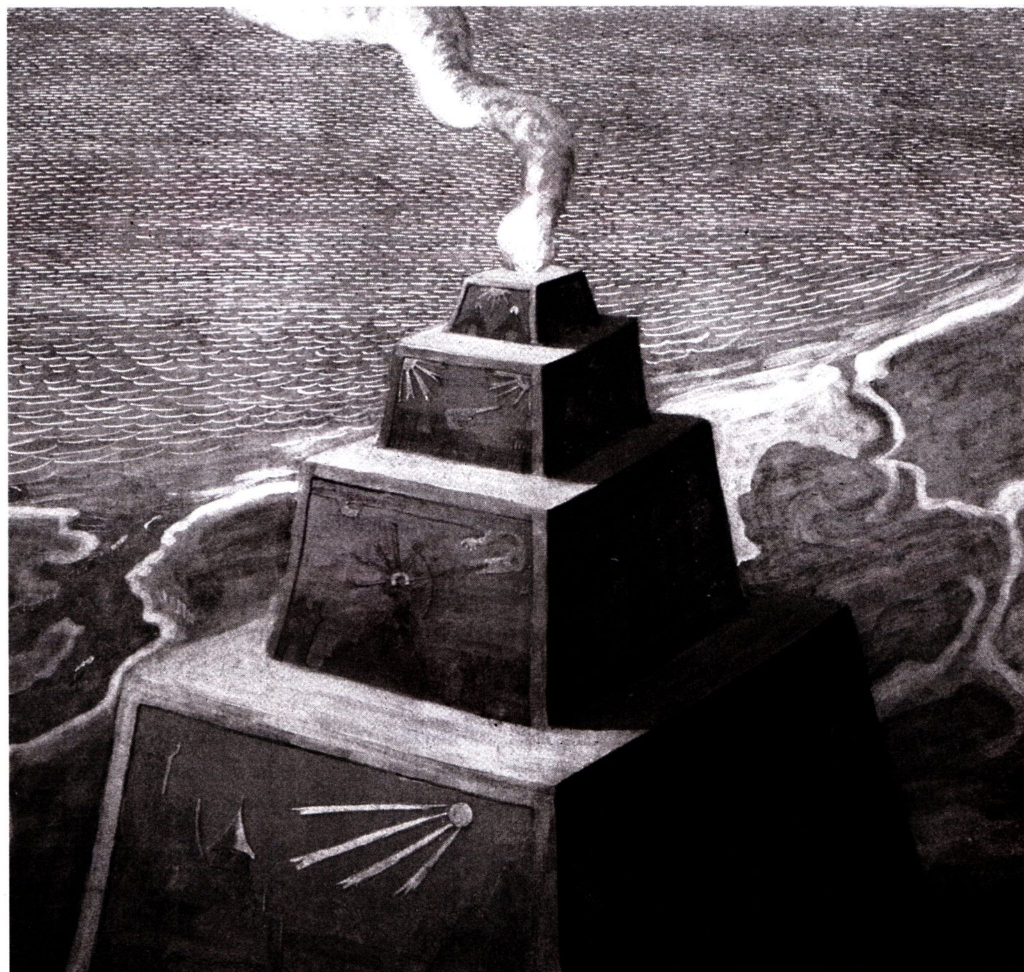
c) $(x^2 - 4) + (x - 2)$ d) $a^3 - 10a^2 + 25a$

23.  Viena prekybos bazė parduoda elektrinius virdulius. Ji ima 80 Lt už kiekvieną virdulį ir dar 100 Lt už visą virdulių partiją. Kita prekybos bazė virdulius parduoda po 90 Lt ir taiko 5% nuolaidą.

a) Smulkus prekeivis nori pirkti x virdulių. Apskaičiuokite, kiek jam kainuotų šie virduliai perkant pirmoje bazėje ir kiek antroje.

b) Kiek reikia pirkti virdulių pirmoje bazėje, kad apsimokėtų?

9 TIESIOGINIS IR ATVIRKŠTINIS PROPORCINGUMAS



1 Dviejų dydžių tarpusavio priklausomybė. Funkcija

Gyvenime dažnai susiduriame su tarpusavyje priklausomais dydžiais. Pavyzdžiui, kvadrato plotas priklauso nuo kraštinės ilgio, automobilio sunaudotų degalų kiekis — nuo nuvažiuoto atstumo, nuvažiuotas atstumas — nuo važiavimo laiko ir pan.

1 PAVYZDYS. Dviratininkas važiuoja 20 km/h greičiu. Dviratininko nuvažiuotas kelias s priklauso nuo važiavimo laiko t. Kadangi važiavimo greitis pastovus, tai kelias s lygus greičio v ir laiko t sandaugai. Todėl, pavyzdžiui:

per 1 valandą dviratininkas nuvažiuoja $20 \cdot 1 = 20$ (km);
per 2 valandas dviratininkas nuvažiuoja $20 \cdot 2 = 40$ (km);
. . . .
per t valandų dviratininkas nuvažiuoja $20 \cdot t$ kilometrų.

Taigi dviratininko nuvažiuoto kelio s priklausomybę nuo važiavimo laiko t, kai važiavimo greitis yra 20 km/h, galima užrašyti formule

$$s = 20t.$$

Dviratininko važiavimo laikas t ir nuvažiuotas kelias s kinta, todėl šie dydžiai vadinami *kintamaisiais* dydžiais. Kintamojo s reikšmė priklauso nuo kintamojo t reikšmės, todėl s vadinamas *priklausomu kintamuoju*, o t — *nepriklausomu kintamuoju*. Norint pabrėžti, kad kintamasis s priklauso nuo t, kartais rašoma taip:

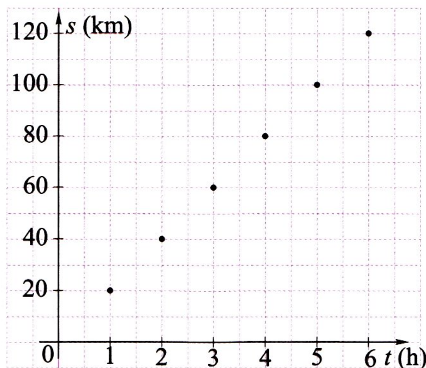
$s(t) = 20t$ (skaitome: es nuo t lygu 20t).

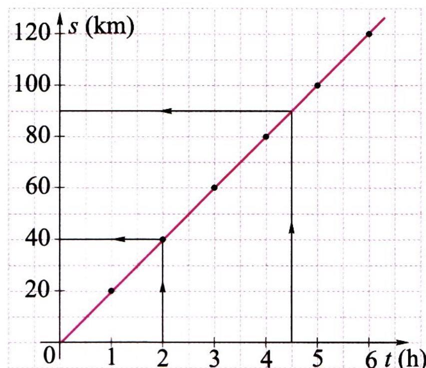
Dviratininko nuvažiuoto kelio priklausomybę nuo laiko galima nusakyti ne tik formule, bet ir lentele bei grafiku.

Pasirinkime kelias nepriklausomo kintamojo t reikšmes (paprastai jos imamos vienodais intervalais, kitaip sakoma, tam tikru žingsniu), pavyzdžiui, kas vieną: 1, 2, 3, 4, 5, 6, . . . , ir, apskaičiavę atitinkamas s reikšmes, užpildykime lentelę:

t (h)	1	2	3	4	5	6	. . .
s (km)	20	40	60	80	100	120	. . .

Koordinačių plokštumoje (laikydami, kad abscisių ašyje 1 cm atitinka 1 h, o ordinačių ašyje 1 cm atitinka 20 km) pažymėkime taškus $(t; s)$, kurių koordinatės nurodytos lentelėje.





Pastebėkime, kad šie taškai priklauso spinduliui, kurio pradžia sutampa su koordinačių pradžia. Imdami kitas t reikšmes, taip pat gautume taškus, priklausančius šiam spinduliui.

Matome, kad kiekvieną nepriklausomo kintamojo t reikšmę atitinka vienintelė priklausomo kintamojo s reikšmė. Tokią priklausomybę vadinsime funkcine priklausomybe, arba funkcija. Sakysime, kad s yra t funkcija.

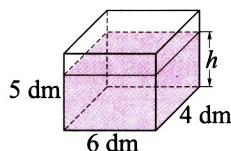
Dažniausiai nepriklausomas kintamasis žymimas raide x ir vadinamas argumentu, o priklausomas kintamasis — raide y ir vadinamas funkcija.

Kintamasis y yra kintamojo x funkcija, jeigu kiekvieną kintamojo x reikšmę atitinka vienintelė kintamojo y reikšmė.

Rašome: $y = f(x)$. *Skaitome*: ygrek lygu ef nuo iks.

Visos galimos nepriklausomo kintamojo reikšmės sudaro funkcijos *apibrėžimo sritį*, o įgyjamos priklausomo kintamojo reikšmės — funkcijos *reikšmių sritį*.

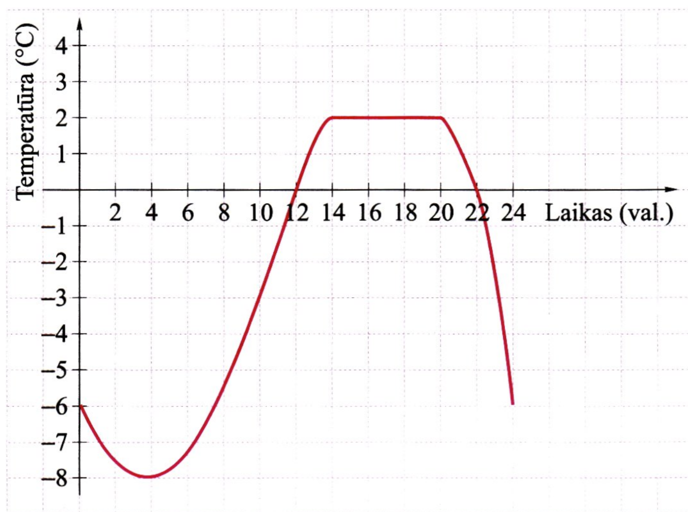
2 PAVYZDYS. Stačiakampio gretasienio formos akvariumui, kurio matmenys parodyti brėžinyje, reikia paruošti vandens. Raskime reikiamo vandens kiekio priklausomybę nuo vandens aukščio akvariume.



Sakykime, kad įpilto į akvariumą vandens aukštis lygus h dm. Tada jo tūris $V = 6 \cdot 4 \cdot h = 24h$ (dm^3) $= 24h$ (ℓ). Formulė $V(h) = 24h$ išreiškia vandens kiekio akvariume priklausomybę nuo aukščio. Pavyzdžiui, $V(1) = 24 \cdot 1 = 24$; $V(3{,}5) = 24 \cdot 3{,}5 = 84$. Taigi šiame pavyzdyje vandens kiekis akvariume yra vandens aukščio funkcija. Nepriklausomas kintamasis h (funkcijos apibrėžimo sritis) gali įgyti tik neneigiamas reikšmes, ne didesnes už 5 (akvariumo aukštis 5 dm), o priklausomas kintamasis V (funkcijos reikšmių sritis) — neneigiamas, ne didesnes už 120 reikšmes (akvariumo tūris 120 dm^3).

Gamtos moksluose, medicinoje ar technikoje priklausomybė tarp dviejų kintamųjų dydžių dažnai nusakoma grafiškai. Pavyzdžiui, barografas braižo kreivę (barogramą), kuri parodo, kaip kinta atmosferos slėgis per tam tikrą laiką; iš seismogramų, kurias braižo seismografai, galima prognozuoti besiartinančius žemės drebėjimus, cunamius.

3 PAVYZDYS. Panagrinėkime paros oro temperatūros grafiką, nubraižytą termografu.



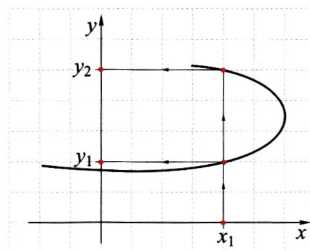
Iš grafiko matyti, kada temperatūra buvo neigiama, kada teigiama, kada ji kilo, kada krito, o kada buvo pastovi. Nuo 0 valandos iki 12 valandos ir nuo 22 valandos temperatūra buvo neigiama (grafikas yra po abscisių ašimi), o nuo 12 valandos iki 22 valandos temperatūra buvo teigiama (grafikas yra virš abscisių ašies).

Nuo 0 valandos iki 4 valandos ir nuo 20 valandos iki 24 valandos temperatūra krito (grafikas eina žemyn), nuo 4 valandos iki 14 valandos — temperatūra kilo (grafikas eina aukštyn), o nuo 14 valandos iki 20 valandos ji buvo pastovi.

? Kada temperatūra buvo žemiausia? Kada aukščiausia? Kada lygi nuliui?

Pastebėsime, kad ne kiekviena kreivė yra funkcijos grafikas.

Pavaizduota kreivė nėra funkcijos grafikas, nes kai kurias argumento x reikšmes atitinka dvi y reikšmės. Pavyzdžiui, argumento reikšmę $x = x_1$ atitinka dvi y reikšmės y_1 ir y_2 (tiesė, lygiagreti Oy ašiai, kreivę kerta dviejuose taškuose).

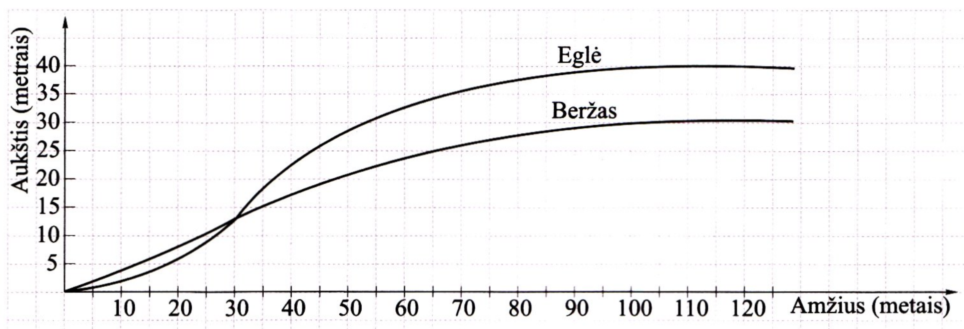


Pratimai ir uždaviniai

225. Formulėmis užrašykite stačiakampio perimetro; ploto priklausomybę nuo trumpesniosios jo kraštinės, jeigu:

a) stačiakampio viena kraštinė 4 cm trumpesnė už kitą;
b) stačiakampio viena kraštinė 5 cm ilgesnė už kitą.

226. Grafiku pavaizduota vienu metu pasodintų eglės ir beržo aukščio priklausomybė nuo amžiaus.



a) Koks kiekvieno medžio aukštis buvo po 20 metų; 40 metų; 100 metų?
b) Kokio amžiaus kiekvienas medis buvo 5 m; 10 m; 25 m?
c) Kokio amžiaus abiejų medžių aukštis buvo vienodas?
d) Kiek metrų užaugo kiekvienas medis per pirmuosius 20 metų; per laiko tarpą nuo 30 iki 50 metų?
e) Kokio amžiaus eglė buvo tokio pat aukščio, kaip 55 metų beržas?
f) Kokio amžiaus beržas buvo tokio pat aukščio, kaip 35 metų eglė?

227. Matuojant inde šildomo vandens temperatūrą, sudaryta tokia lentelė:

x (min.)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
y (°C)	15	29	42	55	67	76	84	93	97	100	100	100

Laikydami, kad x ašyje 1 cm atitinka 1 min, o y ašyje 1 cm atitinka 10 °C, nubraižykite vandens temperatūros priklausomybės nuo laiko grafiką. Remdamiesi grafiku, nustatykite:

a) kokia buvo vandens temperatūra inde po 5 min; 6,5 min; 9 min; 10,5 min.
b) po kiek minučių nuo šildymo pradžios vanduo inde buvo 29 °C, 70 °C, 90 °C, 93 °C, 100 °C.
c) keliais laipsniais pakilo vandens temperatūra šildant nuo 3 iki 8 minučių.

228. Dydžių x ir y atitinkamos reikšmės nurodytos lentelėse:

a)

x	2	5	12
y	1	2,5	6

b)

x	3	5	8
y	7	11	17

c)

x	2	4	5
y	10	20	25

d)

x	1,5	3	5
y	2,25	9	25

e)

x	2	5	7
y	6	12	16

f)

x	4	9	12
y	10	22,5	30

Kurią iš formulių atitinka kiekviena lentelė?

A $y = 5x$ **B** $y = x^2$ **C** $y = 2(x + 1)$

D $y = 2{,}5x$ **E** $y = 2x + 1$ **F** $y = 0{,}5x$

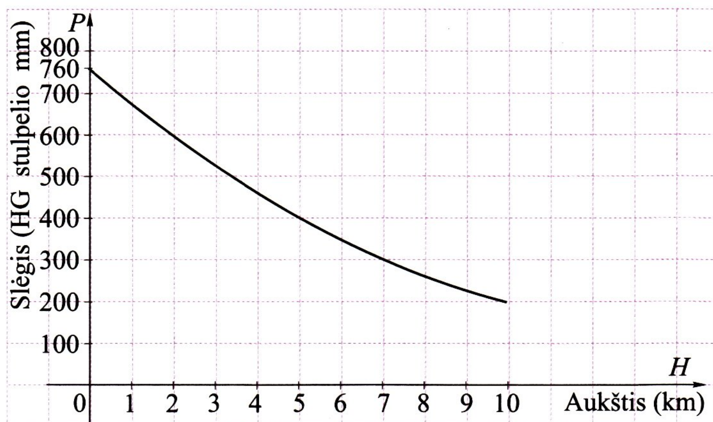
229. Kiekvienam natūraliajam skaičiui, ne didesniam už 20, priskiriama jo dalijimo iš 4 liekana.

a) Sudarykite atitinkamų reikšmių lentelę.
b) Šią priklausomybę pavaizduokite grafiškai.

230. Kiekvienam natūraliajam skaičiui, ne didesniam už 20, priskiriamas prieš jį esančių pirminių skaičių kiekis.

a) Sudarykite atitinkamų reikšmių lentelę.
b) Šią priklausomybę pavaizduokite grafiškai.

231. Grafikas vaizduoja atmosferos slėgio P priklausomybę nuo vietovės aukščio H virš jūros lygio.



a) Remdamiesi grafiku, užbaikite pildyti lentelę:

H	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
P											

b) Atsakykite į klausimus:
1) Koks apytiksliai slėgis yra Elbruso viršūnėje (5630 m)?
2) Koks apytiksliai slėgis Everesto viršūnėje (8850 m)?
3) Kokiame aukštyje slėgis lygus 450 mm?

232. Apskaičiuokite $f(-1)$, $f(3)$, $f(-0{,}5)$, kai funkcija apibrėžta formule:
a) $f(x) = \frac{10}{x}$; b) $f(x) = \frac{x}{x+3}$; c) $f(t) = \frac{5}{t^2-4}$.

Pavyzdys. Apskaičiuokite funkcijos, apibrėžtos formule $f(u) = \dfrac{5u+1}{u^2+1}$ reikšmę, kai $u = -2$, t. y. $f(-2)$.

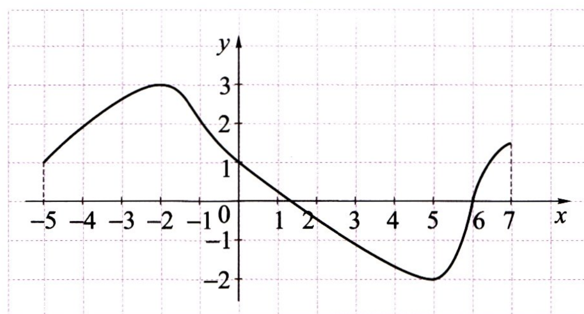
Sprendimas. Į duotą formulę vietoj u įrašę -2, gauname:

$$f(-2) = \frac{5(-2)+1}{(-2)^2+1} = \frac{-9}{5}.$$

---

233. Apskaičiuokite, su kuria x reikšme funkcijos reikšmė lygi 15, kai funkcija apibrėžta formule:
a) $f(x) = 1{,}5x + 4$; b) $g(x) = 12 - \frac{7}{3}x$.

234. Koordinačių plokštumoje nubraižytas funkcijos $y = f(x)$ grafikas.



Remdamiesi grafiku, nustatykite:
a) funkcijos apibrėžimo sritį ir reikšmių sritį;
b) su kuriomis argumento reikšmėmis funkcijos reikšmė lygi nuliui;
c) $f(-3{,}5)$; $f(-1)$; $f(-0{,}5)$; $f(3{,}5)$; $f(6{,}5)$;
d) su kuriomis argumento reikšmėmis funkcijos reikšmė lygi 1; $-1{,}5$;
e) su kuriomis argumento reikšmėmis funkcijos reikšmės yra teigiamos; neigiamos.

235. Lygiagretainio kraštinė x dm, o aukštinė, nubrėžta į tą kraštinę — 2 dm.

a) Formule užrašykite lygiagretainio plotą $S(x)$.
b) Apskaičiuokite $S(2{,}5)$; $S(0{,}75)$.
c) Su kuria argumento x reikšme funkcijos $S(x)$ reikšmė lygi 10,6?

236. Knygoje yra 420 puslapių. Kasdien Antanas perskaito po 30 puslapių.

a) Parašykite formulę $f(x)$, kuri nurodytų, kiek puslapių jam liks perskaityti po x dienų.
b) Kokias reikšmes gali įgyti nepriklausomas kintamasis x?
c) Apskaičiuokite $f(5)$. Ką gautasis skaičius reiškia?
d) Po kelių dienų Antanui liks skaityti 120 puslapių?

Pavyzdys. Vandens rezervuaro talpa $900\,\text{m}^3$. Rezervuaras yra pripildytas vandens. Per minutę sunaudojama $2\,\text{m}^3$ vandens. Raskite vandens kiekį rezervuare, praėjus laikui t.

Sprendimas. Po t min rezervuare yra $V(t) = 900 - 2t$ (m^3) vandens. Kadangi vandens kiekis rezervuare negali būti neigiamas, tai t gali įgyti tik tokias reikšmes, su kuriomis $900 - 2t \geqslant 0$. Iš čia randame, kad $t \leqslant 450$. Kita vertus, $t \geqslant 0$. Taigi nepriklausomas kintamasis t gali įgyti neneigiamąsias reikšmes, ne didesnes už 450.
Pavyzdžiui, kai $t = 1$ h 40 min $= 100$ min, tai $V(100) = 900 - 2 \cdot 100 = 700$ (m^3). Iš formulės $V(t) = 900 - 2t$ nesunku rasti, po kiek laiko rezervuare bus, pavyzdžiui, $450\,\text{m}^3$ vandens: $450 = 900 - 2t$ ir $t = 225$ min $= 3$ h 45 min.

---

237. a) Funkcija apibrėžta formule $f(x) = 4x + 5$. Užbaikite pildyti lentelę:

x	$-3{,}5$	$-2{,}5$		$-0{,}5$			$1{,}5$		
$f(x)$			-1		0	7		15	19

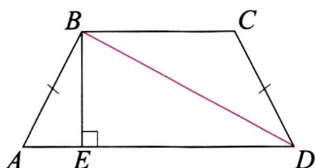
b) Funkcija apibrėžta formule $f(x) = 2x^2 - 3$. Užbaikite pildyti lentelę:

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(x)$								

c) Nubraižykite abiejų funkcijų grafikus.

238. a) Ar taškai $A(-3; -7)$, $B(-2; -6)$, $C(3; 7)$ ir $D(4{,}5; 8)$ priklauso funkcijos, apibrėžtos formule $f(x) = 2x - 1$, grafikui?
b) Ar taškai $A(4; 3)$, $B(8; 2)$, $C(9; 15)$ ir $D(10; 12)$ priklauso funkcijos, apibrėžtos formule $f(x) = \frac{12}{x}$, grafikui?

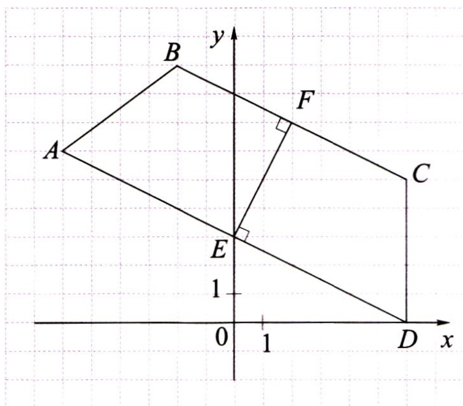
239. a) Lygiašonės trapecijos $ABCD$ pagrindai lygūs 3 cm ir 5 cm, o aukštinė — 2 cm. Apskaičiuokite trapecijos įstrižainės ilgį.



b) Apskaičiuokite lygiašonės trapecijos, kurios pagrindai 4 dm ir 6 dm, o šoninė kraštinė 5 dm, įstrižainės ilgį.

c) Lygiašonės trapecijos aukštinė lygi 6 cm, o jos plotas 84 cm^2. Apskaičiuokite trapecijos perimetrą, jeigu trapecijos smailusis kampas lygus 45°.

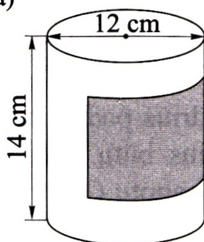
240. Keturkampis $ABCD$ — trapecija, EF — aukštinė. Apskaičiuokite trapecijos plotą.



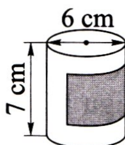
241. Kostas natūralųjį skaičių n padidina 3 vienetais ir pakelia kvadratu, o Miglė skaičių n pakelia kvadratu ir padidina 27 vienetais. Miglė gavo didesnį skaičių negu Kostas. Raskite n.

242. Apskaičiuokite dėžutės tūrį.

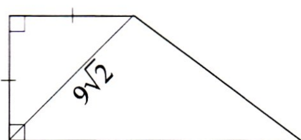
a)



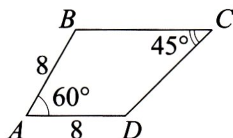
b)



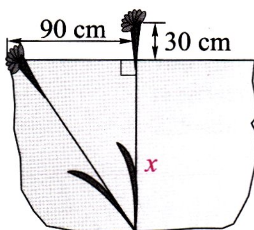
243. a) Apatinis stačiosios trapecijos pagrindas 5 cm ilgesnis už viršutinį. Raskite trapecijos aukštinę ir šoninę kraštinę.



b) Keturkampis $ABCD$ — trapecija. Apskaičiuokite BC ir DC.



244. Tvenkinyje 90 cm nuo kranto auga gėlė, kurios žiedas iškilęs virš vandens 30 cm. Pučiant vėjui, gėlė palinksta, ir jos žiedas liečia tvenkinio krantą. Raskite tvenkinio gylį toje vietoje, kur auga gėlė.



245. Petraitis kurorte gali apsistoti viename iš dviejų viešbučių. „Poilsyje" 1 para kainuoja 300 Lt, o „Pūkelyje" — 250 Lt, tačiau čia reikia mokėti 500 Lt užsakymo mokestį.

a) Apskaičiuokite, kiek Petraičiui kainuotų kiekviename viešbutyje praleistos 8 paros; 21 para.

b) Apskaičiuokite Petraičio išlaidas kiekviename viešbutyje per n parų.

c) Kiek parų daugiausiai turi praleisti „Poilsio" viešbutyje Petraitis, kad jo išlaidos būtų mažesnės negu už tą patį laiką „Pūkelio" viešbutyje?

246. Giedrius ir Marius kartu turi 60 kasečių. Jeigu Giedrius padovanotų Mariui 4 kasetes, tai Giedriaus likusių kasečių skaičius būtų mažesnis už trigubą Mariaus kasečių skaičių. Jeigu Marius padovanotų Giedriui 3 kasetes, tai Giedriaus kasečių skaičius būtų didesnis už keturgubą Mariui likusių kasečių skaičių. Kiek kasečių turi Giedrius ir kiek Marius?

247. Suprastinkite reiškinį:

a) $0{,}5x^{-3} \cdot 4x^5$ b) $6a^{-3}b^2 \cdot \frac{1}{3}a^4b^{-1}$

c) $\left(\frac{1}{3}x^{-3}y^2\right)^{-2}$ d) $12x^6y^{-2} : \left(3x^2y^{-5}\right)$

248. Palyginkite:

a) $7\sqrt{\frac{1}{7}}$ ir $\frac{1}{2}\sqrt{22}$; b) $\frac{1}{2}\sqrt{56}$ ir $9\sqrt{\frac{1}{6}}$.

249. Išspręskite lygtį:

a) $(x+3)(2x-1)=0$ b) $(3x+1)(x-2)=0$

c) $|x-1|=2$ d) $|x+1|=3$

250. Tarnautojo neapmokestinamasis minimumas 242 Lt. Koks tarnautojui priskaičiuotas mėnesinis atlyginimas, jeigu pajamų mokestis, sudarantis 33% priskaičiuoto atlyginimo dalies, viršijančios neapmokestinamąjį minimumą, yra:

a) 217,14 Lt; b) 241,89 Lt; c) 266,64 Lt; d) 332,64 Lt?

251. Ridenami du skirtingų spalvų lošimo kauliukai. Surašykite visas įvykių baigtis, kai viename ir kitame kauliukuose atvirtusių akučių suma lygi:

a) 5; b) 6; c) 7; d) 8.

2 Dviejų dydžių tiesioginis ir atvirkštinis proporcingumas

Prisiminkime praeitame skyrelyje nagrinėtą pavyzdį apie dviratininką, važiuojantį 20 km/h pastoviu greičiu.

1 PAVYZDYS. Dviratininko nuvažiuoto kelio s priklausomybę nuo važiavimo laiko t užrašykime lentele.

t	1	2	3	4	5	6	...
s	20	40	60	80	100	120	...

Iš lentelės matyti, kad, padalíję dydžio s reikšmes iš atitinkamų t reikšmių, gauname tą patį skaičių, t. y.:

$$\frac{20}{1} = \frac{40}{2} = \frac{60}{3} = \cdots = 20.$$

Du dydžiai vadinami tiesiogiai proporcingais, jeigu jų atitinkamų reikšmių santykiai yra lygūs.

Skaičius, kuriam lygūs tiesiogiai proporcingų dydžių atitinkamų reikšmių santykiai, vadinamas *proporcingumo koeficientu.*
Taigi dviratininko nuvažiuotas kelias ir važiavimo laikas yra tiesiogiai proporcingi dydžiai, o tiesioginio proporcingumo koeficientas lygus 20.
Akivaizdu, kad per dvigubai ilgesnį laiką dviratininkas nuvažiuoja dukart didesnį atstumą, o per trigubai trumpesnį laiką — triskart mažesnį atstumą.

×2   :3

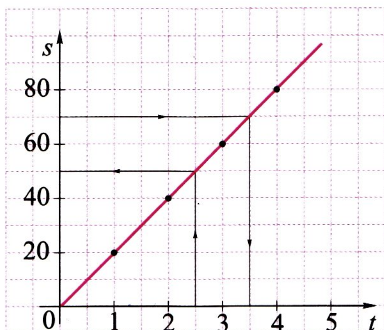
t	1	2	3	4	5	6	...
s	20	40	60	80	100	120	...

×2   :3

Taigi dviejų dydžių tiesioginį proporcingumą galima nusakyti ir taip:

Du dydžiai yra tiesiogiai proporcingi, jeigu vieno dydžio reikšmei kelis kartus padidėjus (sumažėjus) kito dydžio reikšmė tiek pat kartų padidėja (sumažėja).

Dviratininko nuvažiuoto kelio priklausomybę nuo važiavimo laiko pavaizduokime grafiškai.



Taigi tiesiogiai proporcingų dydžių grafikas yra spindulys, kurio pradžia sutampa su koordinačių pradžia. Remdamiesi šiuo grafiku, galima rasti, pavyzdžiui, kad per 2,5 h dviratininkas nuvažiuoja 50 km; kad 70 km dviratininkas nuvažiuos per 3,5 h.

2 PAVYZDYS. Reikia nuvažiuoti 120 km atstumą. Raskime, kokiu pastoviu greičiu reikia važiuoti, kad kelionė truktų 1 h, 2 h, 3 h, 4 h, ..., t h.

Kai greitis pastovus, nuvažiuotas kelias s lygus greičio v ir laiko t sandaugai, t. y. $s = v \cdot t$. Iš čia randame, kad $v = \frac{s}{t}$. Šiuo atveju $s = 120$ km, todėl

$$v = \frac{120}{t}.$$

Sudarykime lentelę:

t	1	2	3	4	5	6	...
v	120	60	40	30	24	20	...

Iš lentelės matyti, kad, padauginę greičio reikšmes iš atitinkamų laiko reikšmių, gauname tą patį skaičių, t. y.:

$$120 \cdot 1 = 60 \cdot 2 = 40 \cdot 3 = 24 \cdot 5 = 20 \cdot 6 = \cdots = 120.$$

Du dydžiai vadinami atvirkščiai proporcingais, jeigu jų atitinkamų reikšmių sandaugos yra lygios.

Skaičius, kuriam lygios atvirkščiai proporcingų dydžių atitinkamų reikšmių sandaugos, vadinamas *atvirkštinio proporcingumo koeficientu*.

Taigi greitis yra atvirkščiai proporcingas kelionėje sugaištam laikui, o atvirkštinio proporcingumo koeficientas lygus 120.

Kita vertus, kelionėje užtrunkant dvigubai ilgiau laiko, tenka važiuoti dvigubai lėčiau, o kelionėje sugaištant trigubai mažiau laiko, tenka važiuoti trigubai greičiau.

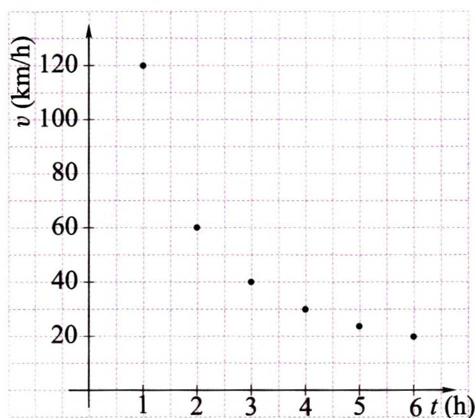
t	1	2	3	4	5	6	...
v	120	60	40	30	24	20	...

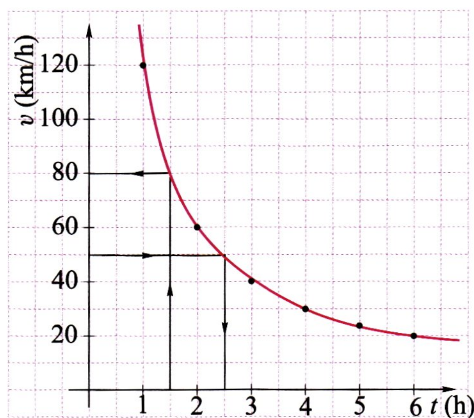
Taigi dviejų dydžių atvirkštinį proporcingumą galima apibrėžti ir taip:

Du dydžiai yra atvirkščiai proporcingi, jeigu vieno dydžio reikšmei kelis kartus padidėjus (sumažėjus), kito dydžio reikšmė tiek pat kartų sumažėja (padidėja).

Antrame pavyzdyje nagrinėtą greičio ir laiko priklausomybę pavaizduokime grafiškai.

Koordinačių plokštumoje (laikydami, kad abscisių ašyje 1 cm atitinka 1 h, o ordinačių ašyje 1 cm atitinka 20 km/h) pažymėkime taškus (t; v), kurių koordinatės nurodytos lentelėje.





Sujungę pažymėtus taškus kreive, gauname greičio priklausomybės nuo laiko, kai važiuojama 120 km, grafiką. Remdamiesi šiuo grafiku, randame, pavyzdžiui, kad, norint kelionėje užtrukti 1,5 h, reikia važiuoti 80 km/h greičiu, o važiuojant 50 km/h greičiu, kelionė truks maždaug 2,5 h.

Pratimai ir uždaviniai

252. Ar dydžiai x ir y, kurių reikšmės nurodytos lentelėje, yra tiesiogiai proporcingi (jei taip, tai kam lygus proporcingumo koeficientas)?

a)

x	8	10	12	14	16
y	2	2,5	3	3,5	4

b)

x	12	20	32	35
y	9,6	16	25	28

253. a) Užbaikite pildyti lentelę:

I	Apskritimo spindulys (cm)	2	1,5	1	0,5
II	Apskritimo ilgis (cm)				
III	Spindulio kvadratas				
IV	Skritulio plotas (cm^2)				

b) Ar proporcingi I ir II eilutės dydžiai? I ir IV eilutės dydžiai? III ir IV eilutės dydžiai?

254. Kurie iš dydžių yra tiesiogiai proporcingi?

a) Kvadrato perimetras ir kvadrato kraštinės ilgis.
b) Kvadrato plotas ir kvadrato kraštinės ilgis.
c) Kvadrato kraštinė ir kvadrato įstrižainė.
d) Cukraus masė ir jo kaina.
e) Laikas ir pastoviu greičiu nuvažiuotas kelias.
f) Vielos ilgis ir masė.
g) Į kino teatrą parduotų bilietų kaina ir žiūrovų skaičius, kai visi bilietai kainuoja vienodai.
h) Į kino teatrą parduotų bilietų kaina ir žiūrovų skaičius, kai pirmosiose keturiose eilėse ir paskutinėse dviejose eilėse bilietai yra pigesni, o likusiose 20 eilių bilietai yra brangesni ir kainuoja vienodai.
i) Trikampio plotas ir trikampio aukštinė (trikampio kraštinė, į kurią nubrėžta aukštinė, yra žinoma).

255. 2,5 kg obuolių kainuoja 4,5 Lt.

a) Kiek litų kainuoja x kg obuolių?
b) Kiek litų kainuoja 4 kg obuolių?
c) Ar užteks 20 Lt nupirkti 10 kg obuolių?

256. Dydžiai x ir y yra tiesiogiai proporcingi. Užbaikite pildyti lentelę:

a)

x	2	4	5				
y			8	11,2	16	20	25

b)

x	1	4	8	9			
y				2,25	4	5,5	7

257. 0,65 m varinio laido sveria 117 g.

a) Kiek kilogramų varinio laido prireiks, norint nutiesti 3,8 km dviejų laidų elektros liniją?
b) Kokio ilgio laidas sveria 57,6 kg?

258. Dviejų teigiamų dydžių x ir y priklausomybė nusakyta taip: „Skaičius y gaunamas prie 2 ir x sandaugos pridėjus vienetą“.

a) Užrašykite šią priklausomybę formule.
b) Užbaikite pildyti lentelę:

x	1	2	3	4	5	6
y						

c) Nubraižykite šios priklausomybės grafiką.
d) Ar ši priklausomybė yra tiesioginis proporcingumas (atsakymą pagrįskite)?

259. Kūno masė m proporcinga jo tūriui V, tai yra $m = \rho V$. Proporcingumo koeficientas ρ vadinamas medžiagos tankiu. Tankis matuojamas masės ir tūrio santykio vienetais, pvz.: kg/m^3, kg/dm^3, g/cm^3, t/m^3.
Užbaikite pildyti lentelę:

	m	V	ρ
Kreida	11,9 g	7 cm^3	
Granitas	567 kg		2,7 kg/dm^3
Aliuminis		20 cm^3	2,6 g/cm^3

260. Ar lengva būtų parsinešti namo rastą aukso luitą, kurio matmenys 25 cm × 20 cm × 12 cm? (Aukso tankis $\rho = 19{,}32$ kg/dm^3.)

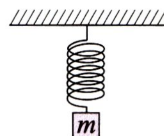
261. Automobilis važiuoja 90 km/h greičiu. Pavaizduokite automobilio nuvažiuoto kelio grafiką ir juo remdamiesi nustatykite:

a) kiek kilometrų automobilis nuvažiuos per 3 h 15 min;
b) kiek laiko automobilis važiuos 240 km.

262. Lėktuvas skrenda 850 km/h greičiu.

a) Laikydami, kad Ox ašyje 2 cm atitinka 1 h, o Oy ašyje 1 cm atitinka 400 km, nubraižykite lėktuvo nuskristo atstumo grafiką.
b) Remdamiesi grafiku, raskite, kiek kilometrų nuskris lėktuvas per $3\frac{1}{4}$ h.

263. Spyruoklė pailgėja proporcingai pakabintai masei. Spyruoklės ilgis 15 cm. Pakabinus 200 g svarelį, spyruoklės ilgis pasidarė 18 cm.



a) Grafiškai pavaizduokite spyruoklės pailgėjimo priklausomybę nuo masės.
b) Remdamiesi grafiku, raskite spyruoklės ilgį, kai pakabintas 320 g svarelis. Gautą rezultatą patikrinkite skaičiuodami.

264. Iš Alytaus ta pačia kryptimi vienu metu išvyko dviratininkas, kurio greitis yra 20 km/h, ir automobilis, kurio greitis — 80 km/h.

a) Vienoje koordinačių plokštumoje nubraižykite jų nuvažiuoto kelio grafikus (pasirinkite mastelį: x ašyje 1 cm atitinka 1 h, o y ašyje — 1 cm atitinka 40 km).
b) Remdamiesi grafiku, raskite, koks yra atstumas tarp dviratininko ir automobilio po 2,5 h.
c) Kiek valandų vėliau už automobilį dviratininkas pravažiuos vietovę, esančią už 50 km nuo Alytaus?

265. Ar dydžiai x ir y, kurių reikšmės nurodytos lentelėje, yra atvirkščiai proporcingi (jei taip, tai nurodykite atvirkštinio proporcingumo koeficientą)?

a)

x	1	2	3	4	5	6
y	90	45	30	22,5	18	15

b)

x	2	3	4	5	7
y	30	10	7	6	4,3

266. Dydžiai x ir y atvirkščiai proporcingi. Užbaikite pildyti lentelę ir raskite atvirkštinio proporcingumo koeficientą:

a)

x	3	6	7			
y			6	3	1,4	0,7

b)

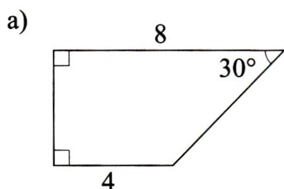
x	0,1	0,2	0,5	0,8			
y				5	4	2	1

267. Automobilis, važiuodamas vidutiniu 80 km/h greičiu, iš miesto A į miestą B atvyko per 4 h. Kiek laiko jis sugaiš grįždamas, jeigu važiuos vidutiniu 100 km/h greičiu?

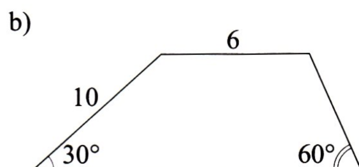
268. Aliuminio tankis 2,7 kg/dm^3, o geležies — 7,8 kg/dm^3. Iš aliuminio ir geležies padaryti vienodos masės tašeliai. Kurio tašelio tūris didesnis ir kiek kartų?

269. Apskaičiuokite trapecijų perimetrus:

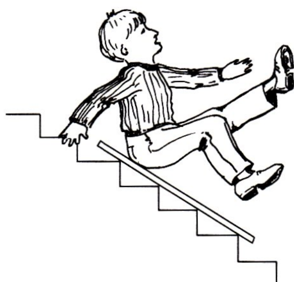
a)



b)



270. Laiptelio aukštis yra 0,3 m, o ilgis — 0,5 m. Lenta gerai slysta laiptais, jeigu slysdama ji kiekvienu momentu remiasi bent į dviejų laiptelių briaunas. Kokio mažiausio ilgio turi būti lenta, kad ji gražiai slystų laiptais žemyn?



271. Ritinio formos puoduko aukštis 10 cm, skersmuo 7 cm. Kiek vandens telpa šiame puoduke? (Laikykime $\pi = \frac{22}{7}$.)

A mažiau nei 0,4 ℓ **B** $\frac{1}{2}$ ℓ **C** 1 ℓ **D** daugiau nei 1ℓ

272. 16 darbininkų atliko darbą per 21 dieną. Kiek reikės darbininkų šiam darbui atlikti per 14 dienų (darbo našumas nesikeičia)?

273. Jei garlaivis plauktų 20 km/h greičiu, tai užtruktų kelyje $9\frac{1}{5}$ val. Kiek laiko jis užtruktų kelionėje plaukdamas tą patį nuotolį 18,4 km/h greičiu?

274. Dviejų teigiamų dydžių x ir y priklausomybė nusakyta taip: „Skaičius y gaunamas prie 2 ir x dalmens pridėjus 1“.

a) Užrašykite šią priklausomybę formule.

b) Užbaikite pildyti lentelę:

x	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	1	2	3	4
y							

c) Nubraižykite šios priklausomybės grafiką.

d) Ar ši priklausomybė yra atvirkštinis proporcingumas (atsakymą pagrįskite)?

275. Užbaikite pildyti šias lenteles, jeigu žinoma, kad x ir y dydžiai yra:

a) tiesiogiai proporcingi; b) atvirkščiai proporcingi:

1)

x	1	2	4	8	16
y			16		

2)

x	3	6	12	18	36
y		30			

276. Dydžiai x ir y yra arba tiesiogiai, arba atvirkščiai proporcingi. Užbaikite pildyti šias lenteles:

a)

x	3	6	12	24	48
y			8	16	

b)

x	3	6	12	24	48
y		16	8		

c)

x	24	54	15	81	36
y		18			12

d)

x	27	54	12	81	36
y		6		4	

277. Duotas stačiakampis, kurio ilgis 2 kartus didesnis už plotį.

a) Padalykite stačiakampį į dvi dalis taip, kad iš jų būtų galima sudėti statųjį trikampį.
b) Padalykite stačiakampį į dvi dalis taip, kad iš jų būtų galima sudėti lygiašonį trikampį.
c) Padalykite stačiakampį į tris dalis taip, kad iš jų būtų galima sudėti kvadratą.

278. Įrodykite nelygybę:

a) $(a-2)^2 > a(a-4)$;
b) $(a-3)(a+2) < (a-0{,}5)^2$.

279. Skaičių 172 parašykite dviejų skaičių:

a) skirtumu taip, kad mažesnysis skaičius būtų lygus 80% didesniojo skaičiaus;
b) suma taip, kad didesnysis skaičius būtų lygus 150% mažesniojo skaičiaus.

280. Apklausus devintųjų klasių berniukus paaiškėjo, kad jų baltinių dydžiai yra tokie:
42, 38, 40, 39, 42, 40, 43, 41, 40, 40, 42, 41, 39, 41, 40, 41, 38, 41, 41, 39, 40, 42, 40, 38, 38, 39, 41, 40, 39, 43.

a) Sudarykite imties variacinę eilutę; imtį užrašykite dažnių lentele.
b) Raskite imties plotį, didžiausią ir mažiausią imties reikšmes.
c) Pavaizduokite imtį taškine diagrama, daugiakampiu, histograma.
d) Apskaičiuokite imties vidurkį ir medianą.

281. Raskite dvigubos nelygybės visus sveikuosius sprendinius:

a) $-1 \leqslant 2x-1 \leqslant 5$;
b) $-3 < 7-2y < 0$.

282. Komandinėje šachmatų olimpiadoje iš viso dalyvauja 85 berniukai ir 51 mergaitė. Kiekvienoje komandoje yra po tiek pat berniukų ir po tiek pat mergaičių.

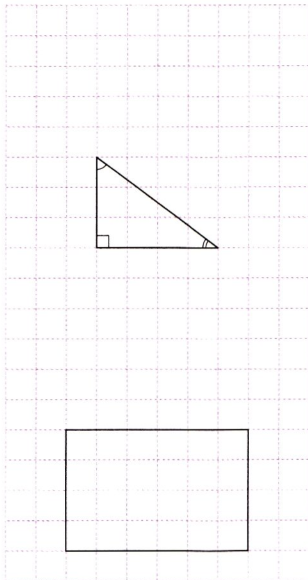
a) Kiek komandų dalyvauja olimpiadoje?
b) Kiek komandoje berniukų ir kiek mergaičių?

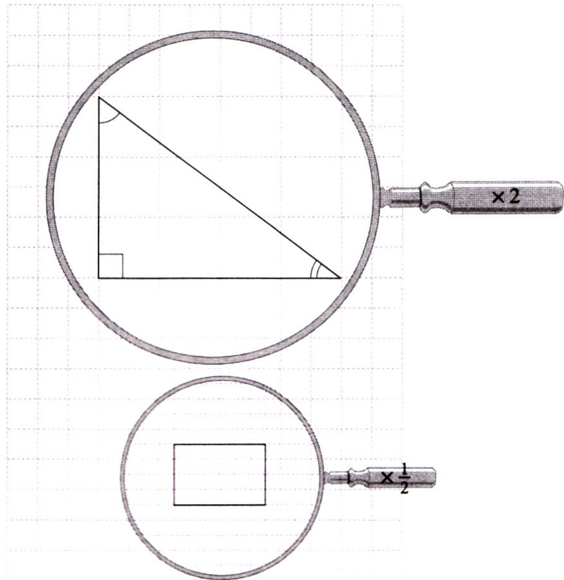
283. Kiek pusantro metro šuolių turi atlikti kiškis, kad nušuoliuotų atstumą, lygų 500 m + 500 dm + 500 cm + 500 mm?

A 368 **B** 369 **C** 370 **D** 371 **E** 372

3 Figūrų didinimas ir mažinimas

Brėžinyje pavaizduoti trikampis ir jo du kartus padidintas vaizdas bei stačiakampis ir jo du kartus sumažintas vaizdas (žiūrint pro lupą).

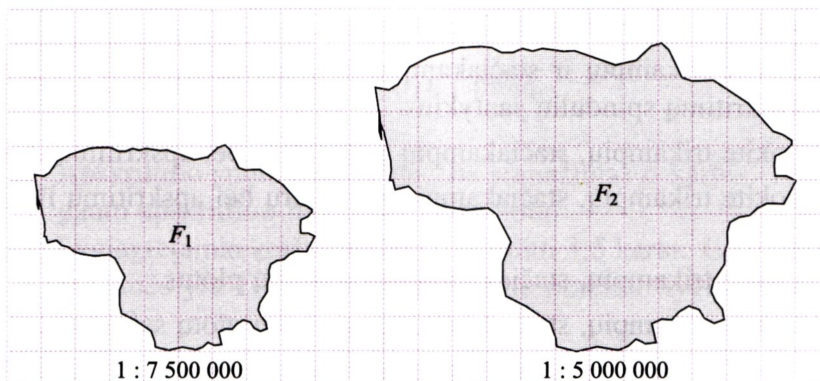




Šitaip gautas figūras vadinsime panašiomis. Pastebėkime, kad didinant trikampį jo kraštinės pailgėjo du kartus, o mažinant stačiakampį — sutrumpėjo du kartus. Tuo tarpu didinamų ar mažinamų figūrų kampai nepasikeitė.

Braižant planus, žemėlapius, darant maketus, kopijuojant dokumentus tenka didinti ar mažinti objektų matmenis.

Paveiksle pavaizduotos Lietuvos schemos, gautos sumažinus realius dydžius 7 500 000 ir 5 000 000 kartų.




Kiek kartų reikia padidinti figūrą F_1, kad gautume figūrą F_2?

Užduotis. Brėžinyje pavaizduoti du statūs trikampiai, du stačiakampiai ir du apskritimai. Trikampis $A_1B_1C_1$ gautas padidinus trikampį ABC du kartus, stačiakampis $D_1E_1F_1G_1$ — sumažinus stačiakampį $DEFG$ tris kartus, o apskritimas, kurio centras O_1, — padidinus apskritimą, kurio centras O, 1,5 karto.

B, A, C, B_1, A_1, C_1

$AB = ?$	$A_1B_1 = ?$	$\frac{A_1B_1}{AB} = ?$
$AC = ?$	$A_1C_1 = ?$	$\frac{A_1C_1}{AC} = ?$
$BC = ?$	$B_1C_1 = ?$	$\frac{B_1C_1}{BC} = ?$
$P_{\triangle ABC} = ?$	$P_{\triangle A_1B_1C_1} = ?$	$\frac{P_{\triangle A_1B_1C_1}}{P_{\triangle ABC}} = ?$
$S_{\triangle ABC} = ?$	$S_{\triangle A_1B_1C_1} = ?$	$\frac{S_{\triangle A_1B_1C_1}}{S_{\triangle ABC}} = ?$

E, F, D, G, E_1, F_1, D_1, G_1

$DE = ?$	$D_1E_1 = ?$	$\frac{D_1E_1}{DE} = ?$
$EF = ?$	$E_1F_1 = ?$	$\frac{E_1F_1}{EF} = ?$
$P_{DEFG} = ?$	$P_{D_1E_1F_1G_1} = ?$	$\frac{P_{D_1E_1F_1G_1}}{P_{DEFG}} = ?$
$S_{DEFG} = ?$	$S_{D_1E_1F_1G_1} = ?$	$\frac{S_{D_1E_1F_1G_1}}{S_{DEFG}} = ?$

r, O, r_1, O_1

$r = ?$	$r_1 = ?$	$\frac{r_1}{r} = ?$
$C = ?$	$C_1 = ?$	$\frac{C_1}{C} = ?$
$S = ?$	$S_1 = ?$	$\frac{S_1}{S} = ?$

1) Persibraižykite brėžinį į sąsiuvinį.
2) Raskite trikampių, stačiakampių kraštinių ilgius bei apskritimų spindulius. (Laikykite, kad 1 langelis lygus 1 centimetrui.)
3) Apskaičiuokite trikampių ir stačiakampių atitinkamų kraštinių ilgių santykius bei apskritimų spindulių santykius.
4) Apskaičiuokite trikampių, stačiakampių perimetrus bei apskritimų ilgius.
5) Apskaičiuokite trikampių, stačiakampių perimetrų bei apskritimų ilgių santykius.
6) Apskaičiuokite trikampių, stačiakampių ir skritulių plotus.
7) Apskaičiuokite trikampių, stačiakampių ir skritulių plotų santykius.
8) Ką galite pasakyti apie nagrinėtų figūrų perimetrus ir plotus?

Apskritai, panašioms figūroms teisingi šie teiginiai:

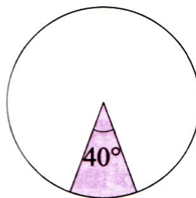
- Kraštinių santykiai yra lygūs. Tas santykis (paprastai žymimas raide k) vadinamas panašumo koeficientu.
- Perimetrų santykis lygus panašumo koeficientui (k).
- Plotų santykis lygus panašumo koeficiento kvadratui (k^2).
- Kai figūra F_2 gauta iš figūros F_1 ją didinant, tai panašumo koeficientas $k > 1$.
- Kai figūra F_2 gauta iš figūros F_1 ją mažinant, tai panašumo koeficientas $k < 1$.

Pratimai ir uždaviniai

284. Kvadratas, kurio plotas $100\,\mathrm{m}^2$, sumažintas 5 kartus. Koks gauto kvadrato plotas?

285. Pavaizduotą figūrą padidinus 1,5 karto, nuspalvintas kampas bus:

A 60° **B** 120° **C** 40°



286. Plane, kurio mastelis 1 : 2500, žemės sklypas pavaizduotas stačiakampiu, kurio kraštinių ilgiai 3 cm ir 5 cm.

a) Plane pavaizduotas stačiakampis yra sumažintas žemės sklypo vaizdas. Koks šių stačiakampių panašumo koeficientas?

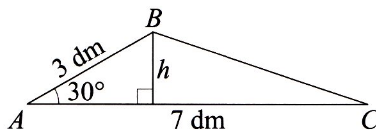
b) Apskaičiuokite žemės sklypo plotą.

287. Trikampis $A_1B_1C_1$ gautas trikampio ABC matmenis:

a) sumažinus 2 kartus;

b) padidinus 1,5 karto.

Apskaičiuokite trikampio $A_1B_1C_1$ plotą.



288. a) Apskritimo spindulys 24 cm. Jis sumažintas 6 kartus. Apskaičiuokite gauto apskritimo ilgį ir skritulio plotą.

b) Lygiagretainio kraštinių ilgiai padidinti 3,5 karto. Gauto lygiagretainio kraštinės yra 10,5 m ir 14 m. Kokie pradinio lygiagretainio kraštinių ilgiai?

289. Apskaičiuokite gauto stačiakampio plotą, jei:

a) stačiakampio, kurio plotas lygus $25\,\mathrm{cm}^2$, kraštinės padidintos 1,8 karto.

b) stačiakampio, kurio plotas $128\,\mathrm{cm}^2$, kraštinės sumažintos 8 kartus.

290. a) Lygiagretainio $ABCD$ kraštinės $AB = 12\,\text{cm}$, $BC = 7\,\text{cm}$, o lygiagretainio $A_1B_1C_1D_1$ kraštinės $A_1B_1 = 4{,}8\,\text{cm}$, $B_1C_1 = 2{,}8\,\text{cm}$. Ar galima sakyti, kad lygiagretainis $A_1B_1C_1D_1$ yra gautas iš lygiagretainio $ABCD$ jį sumažinus?

b) Trikampio ABC kraštinės $AB = 5\,\text{cm}$, $BC = 7\,\text{cm}$ ir $AC = 9\,\text{cm}$, o trikampio $A_1B_1C_1$ kraštinės $A_1B_1 = 2\,\text{cm}$, $B_1C_1 = 2{,}5\,\text{cm}$, $A_1C_1 = 3{,}6\,\text{cm}$. Ar galima sakyti, kad trikampis $A_1B_1C_1$ yra gautas iš trikampio ABC jį sumažinus?

291. Trapecijos plotas lygus $8\,\text{cm}^2$. Jos kraštinės padidintos k kartų. Gautos trapecijos plotas $50\,\text{cm}^2$. Apskaičiuokite k.

292. Žemės sklypo, kurio plotas $3240\,\text{m}^2$, plotas plane lygus $90\,\text{cm}^2$. Koks plano mastelis?

293. 1) Apskaičiuokite tūrį V stačiakampio gretasienio, kurio briaunos a, b ir c.

2) Apskaičiuokite tūrį V_1 stačiakampio gretasienio, kurio briaunos ka, kb ir kc.

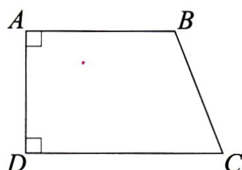
3) Įsitikinkite, kad $V_1 = k^3V$.

294. Kubo, kurio tūris $1\,\text{m}^3$, kraštinės ilgis sumažintas 20 kartų. Koks gauto kubo tūris? Atsakymą užrašykite kubiniais centimetrais.

295. Stačiakampio gretasienio tūris $V = 128\,\text{cm}^3$. Jo kraštinės sumažintos k kartų. Gauto stačiakampio gretasienio tūris $V_1 = 16\,\text{cm}^3$. Raskite k.

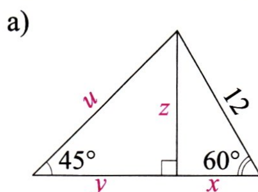
296. Degtukų dėžutės matmenys $5{,}5\,\text{cm} \times 3{,}7\,\text{cm} \times 1{,}5\,\text{cm}$. Kiek degtukų dėžučių telpa į dėžę, kurios matmenys $1{,}1\,\text{m} \times 0{,}74\,\text{m} \times 0{,}3\,\text{m}$?

297. Keturkampis $ABCD$ — stačioji trapecija. Kaip nematuojant įsitikinti, kuri iš kraštinių ilgių sumų yra didesnė: $AD + DC$ ar $AB + BC$?

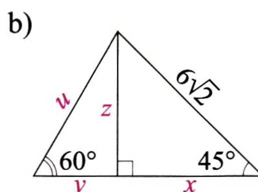


298. Apskaičiuokite x, y, z ir u:

a)



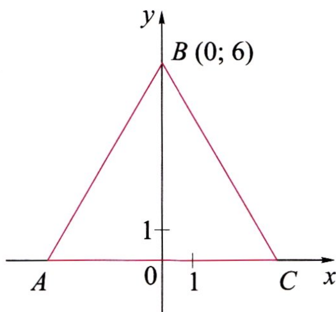
b)



299. Ar status yra trikampis ABC, jei:

a) $A(2; 3)$, $B(5; 7)$, $C(7; -1)$;
b) $A(-4; 5)$, $B(0; 7)$, $C(5; -3)$;
c) $A(0; 0)$, $B(2; 6)$, $C(4; 2)$?

300. Trikampis ABC — lygiakraštis. Taško B koordinatės $(0; 6)$. Raskite taškų A ir C koordinates.



301. a) Lygiašonio trikampio pagrindo ilgis yra 28 cm, o jo perimetras mažesnis už 80 cm. Kokia gali būti šio trikampio šoninė kraštinė?
b) Lygiašonio trikampio šoninė kraštinė lygi 48 cm, o perimetras mažesnis už 150 cm. Koks gali būti šio trikampio pagrindo ilgis?

302. Panaudoję kvadratų skirtumo formulę, apskaičiuokite reiškinio reikšmę:

a) $\frac{17{,}6^2-2{,}4^2}{7{,}6}$; b) $\frac{38^2-3^2}{55{,}5^2-14{,}5^2}$.

303. Išspręskite nelygybių sistemą:

a) $\begin{cases} -4x + 16 < 2x - 20, \\ 2x - 3 < 5x - 15; \end{cases}$ b) $\begin{cases} -6x + 4 > 2x - 20, \\ -3x - 15 < 10 + 2x. \end{cases}$

304. Įrodykite, kad su kiekviena kintamojo y reikšme nelygybės yra teisingos:

a) $(y+5)(y-7) < (y+4)(y-6)$; b) $(y+7)(y-2) > (y+11)(y-6)$.

305. Moneta metama tris kartus. Surašykite visas baigtis, palankias įvykiui:

a) herbas atvirto ne daugiau nei du kartus;
b) herbas atvirto daugiau nei du kartus.

306. 50 g valgomosios druskos ištirpinta 750 g vandens. Kokia yra gauto valgomosios druskos tirpalo koncentracija?

A 6% **B** 6,2% **C** 6,25% **D** 6,(6)% **E** 6,75%

307. Suprastinkite trupmeną ir apskaičiuokite:

a) $\frac{4^{-3} \cdot 16^{-2}}{2^{-20}}$; b) $\frac{9^{-6} \cdot 27^{-3}}{3^{-22}}$.

308. Apskaičiuokite:

a) $1 - 2\sqrt{2\frac{7}{9}}$; b) $0{,}5\sqrt{0{,}04} + \frac{1}{6}\sqrt{144}$.

309. Kokio trumpiausio ilgio virvę galima supjaustyti tik į:

a) keturių arba penkių metrų gabalus;
b) keturių arba šešių metrų gabalus?

310. *Senovės Egipto uždavinys iš Rajundo papiruso* (2000–1700 *m. pr. Kr.*) *rankraščio, saugomo Britų muziejuje.*
Reikia rasti skaičių, jeigu žinoma, kad šio skaičiaus ir jo dviejų trečdalių suma, sumažinta šios sumos trečdaliu, yra lygi 10.

Pasitikrinkite

1. Apskaičiuokite $f(0)$, $f(-1)$, $f(2)$, kai funkcija apibrėžta formule:

a) $f(x) = 5x + 4$; b) $f(u) = \frac{u+3}{u-3}$; c) $f(t) = \frac{2t}{9-t^2}$.

2. Kvadrato kraštinė lygi x cm.

a) Įrodykite, kad kvadrato įstrižainės ilgį galima apskaičiuoti pagal formulę $d(x) = \sqrt{2}x$.

b) Apskaičiuokite $d(4)$; $d(2\sqrt{2})$.

c) Kam lygi kraštinė kvadrato, kurio įstrižainė $\sqrt{18}$ cm?

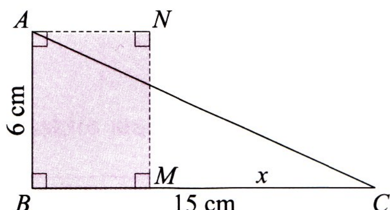
3. Trikampis ABC status, $AB = 6$ cm, $BC = 15$ cm. Kraštinėje BC pažymėtas taškas M. Pažymėkime atkarpą $CM = x$.

a) Stačiakampio $ABMN$ plotą $S(x)$ užrašykite formule.

b) Apskaičiuokite $S(1{,}5)$; $S(5)$.

c) Su kuria x reikšme stačiakampio plotas lygus trikampio plotui?

d) Su kuria x reikšme stačiakampio plotas lygus $\frac{2}{3}$ trikampio ploto?



4. Vidutinis vaiko ūgis h (cm) priklauso nuo vaiko amžiaus t (metais).

t (metai)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
h (cm)	40	69	81	87	93	99	108	114	121	127	132	135

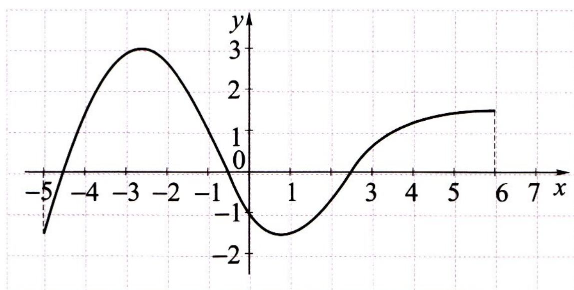
Pagal funkcijos $h = f(t)$ lentelę nustatykite:

a) koks 5 metų vaiko ūgis;

b) kokio amžiaus vaiko ūgis yra 87 cm; 114 cm; 132 cm;

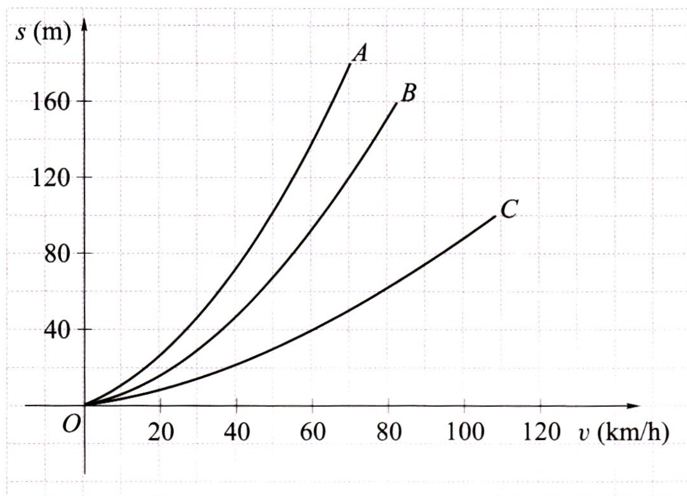
c) kiek centimetrų vaikas paūgėjo nuo 3 iki 7 metų.

5. Koordinačių plokštumoje nubraižytas funkcijos $y = g(x)$ grafikas.



a) Raskite funkcijos apibrėžimo ir reikšmių sritis.
b) Sudarykite funkcijos reikšmių lentelę su žingsniu 1.
c) Su kuriomis x reikšmėmis funkcijos reikšmė lygi 1; -1?
d) Su kuriomis x reikšmėmis funkcijos reikšmės yra teigiamos; neigiamos?

6. Trys grafikai vaizduoja automobilio stabdymo kelio priklausomybę nuo greičio, važiuojant apledėjusiu (kreivė OA), šlapiu (kreivė OB) ir sausu asfaltu (kreivė OC).



a) Koks automobilio stabdymo kelias kiekvienu atveju, jei automobilis važiuoja 50 km/h greičiu; 60 km/h greičiu?
b) Kokiu greičiu turi važiuoti automobilis apledėjusiu, šlapiu ir sausu asfaltu, kad stabdymo kelias neviršytų 60 m?

7. a) Ar taškai $A(2; -3)$, $B(-0{,}5; 7)$, $C(1{,}4; -0{,}5)$ ir $D(-1{,}6; 11{,}5)$ priklauso funkcijos, apibrėžtos formule $f(x) = 5 - 4x$, grafikui?
b) Ar taškai $M(-1; 0{,}5)$, $N(3; 4)$, $P(-2{,}5; 0{,}3)$ ir $Q(\frac{1}{2}; -1)$ priklauso funkcijos, apibrėžtos formule $f(x) = \frac{x+1}{x-2}$, grafikui?

8. Per 8 minutes iš vamzdžio išteka 150 ℓ vandens.
a) Kiek vandens išteka vamzdžiu per x min?
b) Ar galima per 2 h pripildyti 2,5 t talpos cisterną?
c) Per kiek laiko pripildoma 750 ℓ talpos cisterna?

9. Vielos masė proporcinga jos ilgiui. 25 m vielos sveria 1 kg.
a) Raskite proporcingumo koeficientą.
b) Kiek sveria 195 m tokios vielos?
c) Viela sveria 12,4 kg. Koks jos ilgis?

10. a) Iš krano per 1 sekundę nulaša du lašai vandens, kurių kiekvieno tūris $40\,mm^3$. Kiek litrų vandens išlaša per 30 parų?

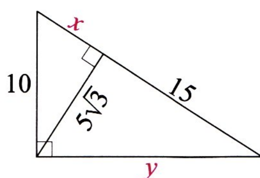
b) 18 lašų tūris $1\,cm^3$. Iš krano per 1 sekundę nulaša 3 lašai. Kiek litrų vandens išlašės per 1 h? 1 parą? 1 mėn.?

11. Dujinis šildytuvas, skirtas $50\,m^3$ patalpai šildyti, sunaudoja $0,6\,m^3/h$ dujų, o dujinis šildytuvas, skirtas $75\,m^3$ patalpai šildyti, sunaudoja $0,8\,m^3/h$.

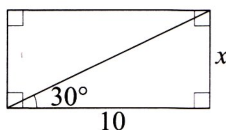
a) Kokio šildytuvo reikėtų $4,8\,m \times 4,25\,m \times 3,05\,m$ kambariui šildyti?

b) Minėtame kambaryje gruodžio mėnesį šildytuvas kiekvieną dieną rytais veikė 1 h 45 min, o vakarais — 3 h 45 min. Kiek reikia mokėti už dujas, jeigu $1\,m^3$ jų kainuoja 0,727 Lt?

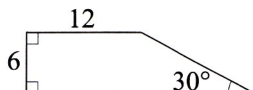
12. Raskite x ir y.



13. Raskite stačiakampio plotą.



14. Raskite stačiosios trapecijos perimetrą ir plotą.



15. Ar trikampis ABC yra status, jei:

a) $A(-1{,}5;\ 2)$, $B(1{,}5;\ -2)$, $C(6{,}5;\ 8)$; b) $A(3;\ 2)$, $B(-2;\ 3)$, $C(3;\ -3)$?

16. Užbaikite pildyti lentelę:

Tikrasis plotas	30 a	...	1,5 ha	$2,5\,km^2$
Mastelis	1 : 1000	1 : 40 000	...	...
Plotas žemėlapyje	...	$20\,mm^2$	$37,5\,cm^2$	$0,025\,m^2$

17. Ridenami du skirtingų spalvų lošimo kauliukai. Surašykite visas įvykių baigtis, kai viename ir kitame kauliukuose atvirtusių akučių suma lygi:

a) 4; b) 9; c) 10; d) 11.

18. Palyginkite:

a) $2\sqrt{3}$ ir $3\sqrt{1\frac{1}{3}}$; b) $\frac{1}{2}\sqrt{8}$ ir $3\sqrt{\frac{1}{3}}$.

19. Didesnėje dėžutėje telpa 30 saldainių, o mažesnėje — 18 tokių pačių saldainių. Raskite mažiausią šių saldainių skaičių, kad jie visi tilptų tiek didesnėse, tiek ir mažesnėse dėžutėse. Kiek reikės tokiu atveju vienų ir kitų dėžučių?

20. Raskite dvigubos nelygybės visus sveikuosius sprendinius:

a) $-1 \leqslant 2x + 1 < 5$; b) $-3 < 4 - x \leqslant 0$.

21. Suprastinkite reiškinį:

a) $10a^{-2} \cdot 5a^{-1}a^{3}$; b) $\left(\frac{1}{4}x^{-2}\right)^{-1}$; c) $10x^{4}y^{-2} : \left(2x^{3}y^{-3}\right)$.

22. Audriaus per trimestrą gauti gimtosios kalbos pažymiai tokie:
4, 5, 6, 5, 6, 7, 6, 8, 6, 7, 9, 6, 7, 8, 7, 9, 10, 8, 10, 10.

a) Sudarykite imties variacinę eilutę; imtį užrašykite dažnių lentele.
b) Raskite imties plotį.
c) Pavaizduokite imtį daugiakampiu, histograma.
d) Apskaičiuokite imties vidurkį ir medianą.

M. K. Čiurlionio kelias

• Ekskursiją pradėkime nuo Senosios Varėnos, kur prasideda M. K. Čiurlionio kelias. Stabtelkime prie paminklinio akmens, žyminčio vietą namo, kuriame 1875 m. rugsėjo 22 d. gimė didysis lietuvių dailininkas ir kompozitorius Mikalojus Konstantinas Čiurlionis ①.
Per trisdešimt penkerius gyvenimo metus M. K. Čiurlionis (1875–1911) sukūrė daugiau nei 200 muzikos ir apie 300 savitos meninės išraiškos tapybos kūrinių. Jį žavėjo ir traukė liaudies menas. Originali, liaudiška, didelės fantazijos ir gilios minties Čiurlionio kūryba išreiškė žmogaus ir gamtos harmoniją.
Pasitikdami M. K. Čiurlionio 100-ąjį gimtadienį, keletas liaudies meistrų papuošė kelią nuo didžiojo menininko gimtosios Varėnos iki jo jaunystės miesto Druskininkų stogastulpiais (iš ąžuolo rąstų padarytais drožiniais su stogeliais). Jie stovi po vieną arba grupelėmis.

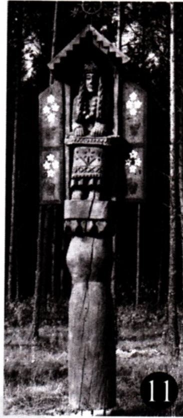
• Pirmoji ąžuolinių stogastulpių grupelė keleivį pasitinka jau Senojoje Varėnoje — čia M. K. Čiurlionio kelio pradžia. Stogastulpis „Čiurlionio gimimas" vaizduoja didžiojo menininko atėjimą į pasaulį — iš dviejų žiedų į tėvų rankas kylantį kūdikį ②. Šonuose iškalti muzikantas, besiklausąs gamtos garsų, ir tapytojas, susimąstęs, kaip perteikti jį supantį gamtos grožį. Stogastulpis „Čiurlionis" — tai Čiurlionio „Miško simfonija", kur arfomis groja ne vėjas, o pats Čiurlionis.

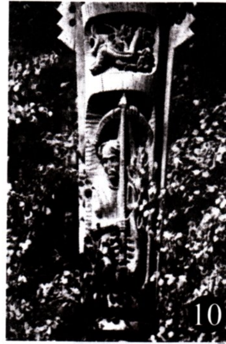
• Išvažiavus iš Senosios Varėnos, dešinėje kelio pusėje, prie Glėbo ežero, išdidžiai iškėlęs galvą mus pasitinka „Žaltys Žilvinas" ③.

• Važiuojant Perlojos link iškyla „Dekoratyvinis obeliskas", sudarytas lyg iš dviejų dalių: apatinė primena senuosius antkapius su Saulės ratais, o viršutinė, su piramidės formos metalo stogeliu, besibaigiančiu savitu pumpuru, simbolizuoja žmogaus svajonę pakilti į erdves ④.
Šalia — stogastulpis „Muzikos ritmai", papuoštas iškaldintų muzikos instrumentų rapsodija.

• Būdami Perlojoje, nepamirškite aplankyti Lietuvos didžiojo kunigaikščio Vytauto paminklo. Pastatytas 1930 metais, jis atlaikė visas okupacijas, karus ir negandas, tarsi simbolizuodamas Lietuvos valstybės tvirtybę ⑤.

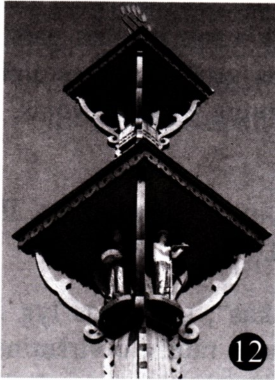








Gudakiemis
7
97,1 km
8
100,8 km
Merkinė
Nemunas
9
103,0 km
Kibyšiai
10
104,4 km
Dainavos
Vilkiautinis
Panara
11
108,3 km
Puvočiai
Liškiava
DZŪKIJOS
12
113,5 km
13
14
114,4 km
116,2 km
Viečiūnai
Nemunas
Randamonys
Neravai
Grūtas
15
124,6 km
16
127,3 km
Druskininkai
Ratnyčėlė
Latežeris
Gudų giria





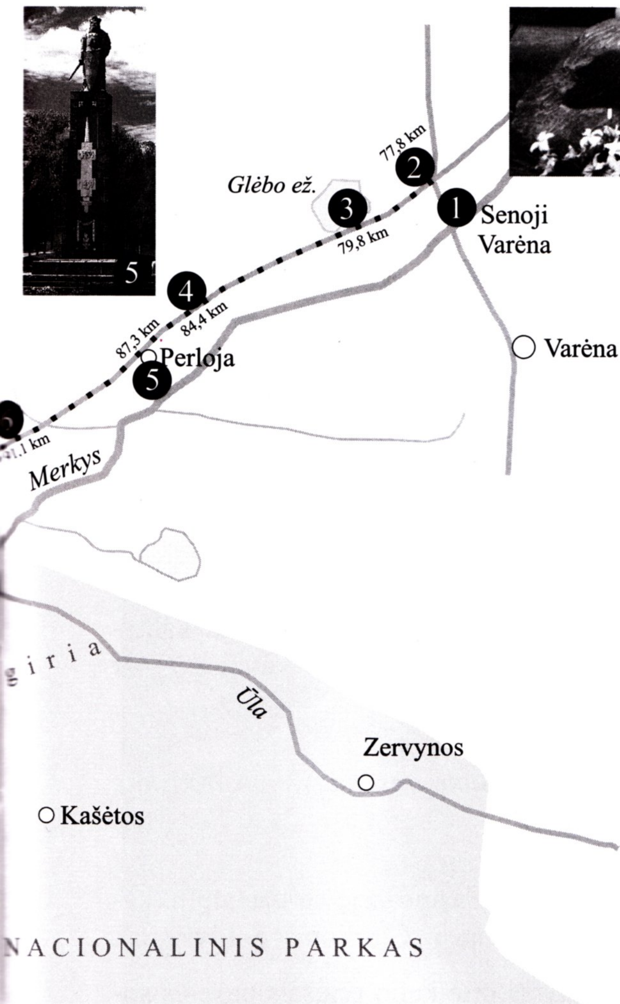


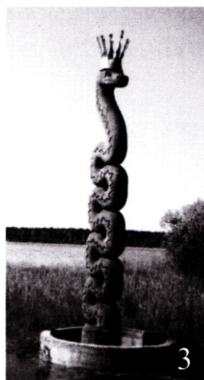


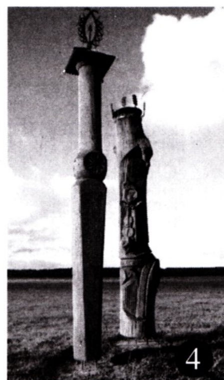

5


M.K.ČIURLIONIS
1

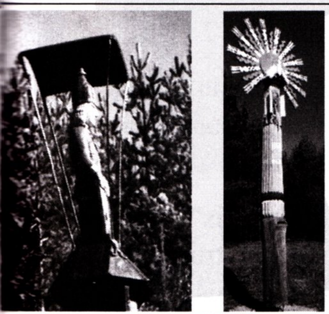

2


Glėbo ež.
77,8 km
2
3
79,8 km
1
Senoji
Varėna
4
84,4 km
87,3 km
Perloja
5
Varėna
Merkys
Ūla
Zervynos
Kašėtos
NACIONALINIS PARKAS


3


4

14




6


7


9

• Prie miško mus pasitinka stogastulpis, sukurtas M. K. Čiurlionio harmonizuotos dainos „Bėkit, bareliai“ motyvais ⑥. Meistras puikiai perteikė dainos simbolius ir įvaizdžius. Šalia — stogastulpis „Varpininkas“: žilas senolis skambina varpu, kurio gaudesys sklinda į miško tolumas ...

1. *Kokio tūrio rąsto reikėjo ąžuoliniam stogastulpiui „Bėkit, bareliai“ pagaminti, jei drožiant buvo išskaptuota* 30% *medžio?*

• M. K. Čiurlionio kelias kerta Dzūkijos nacionalinį parką ir baigiasi Druskininkuose, kurie į parko teritoriją nebepatenka. Jau Dzūkijos nacionaliniame parke mus pasitinka stogastulpis „Šventė“. Jį puošia dvi kompozicijos — dainininkų grupės ir kaimo kapelos, kurias jungia M. K. Čiurlionio harmonizuotų dainų tekstai ⑦.

2. *Kokius erdvinius geometrinius kūnus įžvelgiate stogastulpyje „Šventė“? Užrašykite pastebėtų erdvinių kūnų paviršių ir tūrių formules.*

• Pakelėje, netoli Merkinės, prie tvenkinio ir į jį įtekančio upelio ant kalnelio stovi trys stogastulpiai — „Mąstytojas“, „Varpinė“, „Keturi karaliai“ — ir dekoratyvinis suolas ⑧.

3. *Suraskite simetriškas figūras šiame skulptūriniame ansamblyje. Nurodykite galimas simetrijos ašis arba simetrijos centrus.*

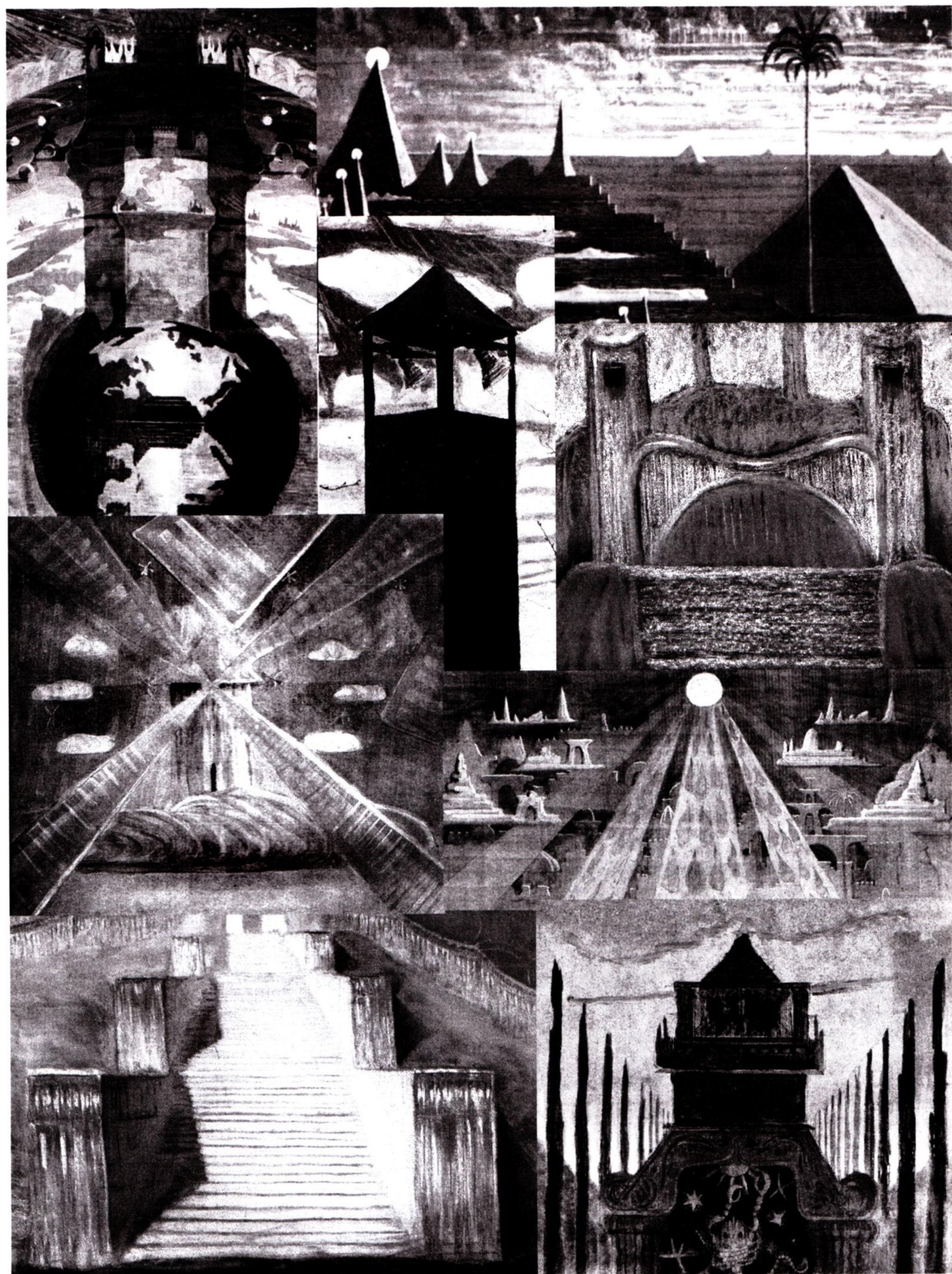
• Už Merkinės mus pasitinka „Paros laikai“ ⑨. Pasigrožėję stogastulpiu, keliaujame toliau. Tuoj pat už tilto per Merkį puikuojasi „Čiurlionis–Šaulys“ ⑩.

• Stogastulpis „Kankliuojanti dzūkė“, pastatytas prie kelio priešais pakelės sodybą, mus pasitinka tarsi namų židinio saugotoja ⑪. Ąžuolas papuoštas saule, dzūkiškais baltažiedžiais, šilagėlėmis ir rūtomis.

4. *Nurodykite keletą simetriškų figūrų minėtuose stogastulpiuose.*

• Pakelės šlaito viršuje matome ažūrinį dvistogį stogastulpį „Metų laikai“, kurį puošia keturios skulptūrėlės, simbolizuojančios keturių metų laikų darbus: sėją, rugiapjūtę, obuolių skynimą, miško darbus ⑫.

• Priešais rodyklę į Randamonių girininkiją stovi stogastulpis „Pavasaris“, skirtas Čiurlionių šeimos atminimui ⑬. Meistrui ąžuolas pasirodė per trumpas, todėl jis pratęsė beveik trijų metrų aukščio kompoziciją dekoratyvinėmis stoginėlėmis, jose įrengdamas inkilėlius.



5. *Mozaikoje, sudėliotoje iš Čiurlionio paveikslų elementų, suraskite simetrijas bei erdvines figūras.*

6. *Apskaičiuokite stogastulpio „Pavasaris" viso aukščio ir pagrindinės dalies procentinį santykį, jei žinoma, kad jis sudarytas iš dviejų dalių: pirmoji, pagrindinė, dalis yra vidutinio žmogaus ūgio, o antrosios aukštis apie 3 m.*

7. *Išvardykite stogastulpiuose „Metų laikai" ir „Pavasaris" matomus erdvinius geometrinius kūnus.*

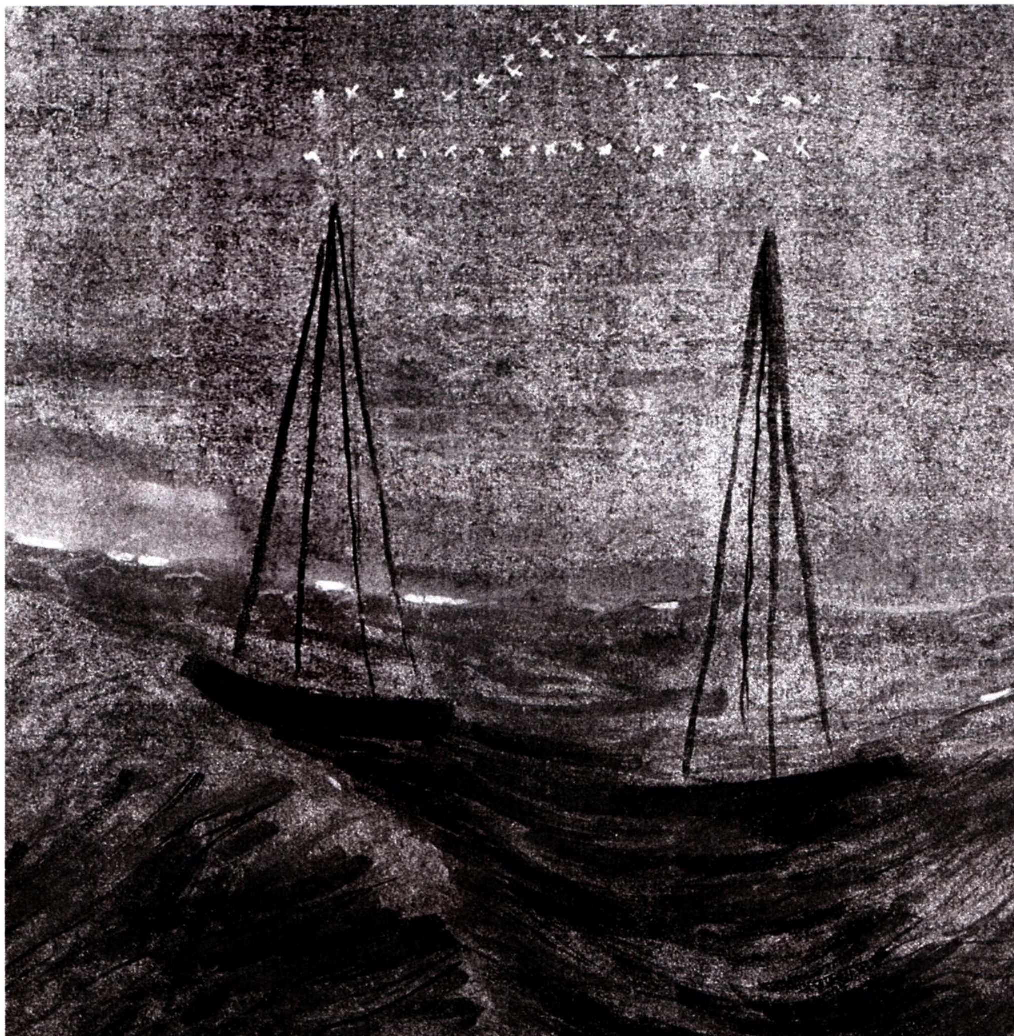
• Važiuojant link Druskininkų, dešinėje kelio pusėje iš proskynos išnyra trijų stogastulpių ansamblis ⑭. Beveik trijų metrų aukščio „M. K. Čiurlionio monograma" iškart atkreipia keleivio dėmesį. Pačioje viršūnėje iškaltas siluetu skaičių 100 primenantis mažas paukštelis.
Tolėliau mus pasitinka spindinčių metalo akių, medalionu ir apykakle pasidabinę „Menininkas" bei „Saulė". Pastarajame pavaizduotas po saule sėdintis Perkūnas, kuris svaido žaibus ir lietumi gaivina žemiau išskobtus žiedus.

8. *Pasigrožėję „Saulės" stogastulpio spinduliais, atsakykite:*
 a) Kiek procentų visų spindulių sudaro geltoni spinduliai?
 b) Kiek procentų geltonų spindulių sudaro balti spinduliai?

• Netoli Druskininkų praeivio akį patraukia susikaupusi, visa savo esybe pasinėrusi į muzikos garsų pasaulį „Smuikininkė" ⑮.

• Druskininkų miesto prieigose Čiurlionio kelią užbaigia trijų ąžuolų grupė: „Zodiako ženklai", „Miško melodijos" (jame išdrožtos įvairiais medžio instrumentais grojančių žmonių figūrėlės) ir stogastulpis, skirtas miškų augintojams ir jau anksčiau stovėjęs ant kalnelio, supilto Druskininkų „Girios aido" įkūrėjo Antano Valavičiaus iniciatyva ⑯.

10 MATAVIMAI IR PAKLAIDOS



1 Apytikslės dydžių reikšmės



Į Evaldo gimtadienį atėję septyni jo klasės draugai nusprendė į 9-ą aukštą keltis liftu visi kartu. Bet Ramūnas perspėjo:
– Lifto keliamoji galia tik 380 kg — galime įstrigti.
Augustinas nuramino:
– Pernai kilome aštuoniese ir neįstrigome.
Galų gale, įstrigę tarp 3 ir 4 aukšto, draugai turėjo gerą pusvalandį apmąstymams.
Ramūnas: „Aš sveriu daugiausiai iš mūsų — 58 kg. Jei kiekvienas iš mūsų svertume bent po 55 kg, tai $55 \cdot 7 = 385$ (kg) — iš anksto buvo aišku, kad įstrigsime“.
Ieva: „Nieko panašaus — aš sveriu mažiausiai iš mūsų — 50 kg. Vadinasi, liftas vienu metu gali pakelti $380 : 50 = 7{,}6$ tokių kaip aš, arba bent 7 sunkesnius už mane“.
Loreta: „Nesiginčykite, — prisiminkite, ką vežate dovanų!“.
Nors ir pavėlavę, draugai Evaldą nudžiugino dideliu daugiau kaip 2 kg sveriančiu tortu ir dviem 10 kg treniruočių svarsčiais.
Ar iš turimų duomenų galima numatyti, kad liftas užstrigs?
Žinoma, kad daugiausiai sveria Ramūnas — 58 kg. Vadinasi, svečių bendra masė yra mažesnė kaip $58 \cdot 7 = 406$ (kg).
Žinoma, kad mažiausiai sveria Ieva — 50 kg. Vadinasi, svečių bendra masė yra didesnė kaip $50 \cdot 7 = 350$ (kg).
Tikslią visų svečių masę pažymėję m galima užrašyti dviguba nelygybe:

$$350 < m < 406.$$

Tai reiškia, kad m reikšmė gali būti bet kuris skaičius didesnis už 350, bet mažesnis už 406 ($m \in (350; 406)$).
Sakysime, kad 350 yra *reikšmė su trūkumu*, o 406 — *reikšmė su pertekliumi*.
Reikšmę su trūkumu ir reikšmę su pertekliumi galima patikslinti žinant, kad vienas vaikas sveria 50 kg, o kitas — 58 kg. Todėl mažiausia visų vaikų galima masė yra didesnė kaip $50 \cdot 6 + 58 = 358$ kilogramų, o didžiausia — mažesnė kaip $58 \cdot 6 + 50 = 398$, t. y.:

$$358 < m < 398.$$

Prisiminę, kad draugai dar vežė 2 svarsčius po 10 kg ir daugiau kaip 2 kg sveriantį tortą, galima tvirtinti, kad lifte buvo daugiau kaip 380 kilogramų. Vadinasi, aštuntokai galėjo numatyti savo likimą.

Praktikoje dažnai susiduriame su skaičiais, kurie yra tik apytikslės tam tikrų dydžių reikšmės.

1 PAVYZDYS. Ant miltų pakelio parašyta „Masė (500 ± 10) g“. Tai reiškia, kad miltų esančių tame pakelyje masė m gali būti tarp $500 - 10 = 490$ gramų ir $500 + 10 = 510$ gramų, t. y.:

$$490 < m < 510.$$

Miltų masę $m = (500 \pm 10)$ g dar galima užrašyti ir taip:

$$m \approx 500\,\text{g} \ (10\,\text{g tikslumu}).$$

Žinynuose ir matematinėse lentelėse apytikslės reikšmės užrašomos taip, kad skirtumas nuo tikslios reikšmės neviršytų paskutinės skilties vieneto. Pavyzdžiui, užrašas, kad automobilis sveria 2,340 tonos reiškia, kad tiksli automobilio masė m yra tarp 2,339 ir 2,341 tonos, t. y. $2{,}339 < m < 2{,}341$.
Tokiais atvejais sakoma, kad skaičius užrašytas *tiksliaisiais skaitmenimis.*

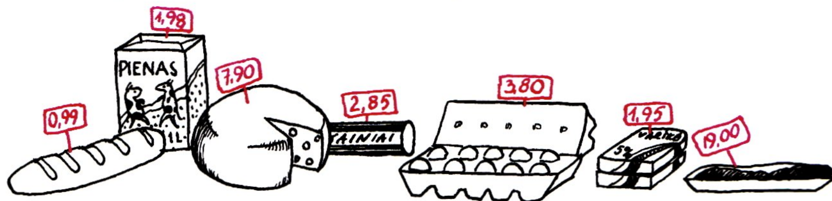
2 PAVYZDYS. Žinyne parašyta, kad Mėnulio masė yra $7{,}35 \cdot 10^{22}$ kg. Tai reiškia, kad Mėnulio masė m yra tarp $7{,}34 \cdot 10^{22}$ ir $7{,}36 \cdot 10^{22}$ kilogramų, t. y.:

$$7{,}34 \cdot 10^{22} < m < 7{,}36 \cdot 10^{22}.$$

Šiuo atveju skaičius $7{,}35 \cdot 10^{22}$ pateiktas standartine išraiška su trimis tiksliais skaitmenimis 7, 3 ir 5.

Pratimai ir uždaviniai

311. Kostas su mama užsuko į parduotuvę nusipirkti maisto produktų. Parduotuvėje mama prisikrovė pilną krepšį produktų. Kostas pamatė dviračio spidometrą, apie kurį jau seniai svajojo, ir paprašė mamos jį nupirkti. Mama atsisakė — „Spidometras kainuoja 39 litus, o aš turiu tik 80 litų, neužteks pinigų“. Bet Kostas, žvilgterėjęs į pirkinių kainas, greit sumetė: — „Užteks ir dar liks bent pora litų!“.
Pasižiūrėję į pirkinių kainas, pasakykite, ar teisus buvo Kostas.



312. Tepalo indelio etiketėje parašyta: „Masė 250 ± 5 g“. Kiek mažiausiai ir kiek daugiausiai tepalo gali būti indelyje?

313. Lentelėje pateikti duomenys apie moksleivių ir aukštųjų mokyklų studentų skaičių Lietuvoje.

	1997/98	1998/99
Mokinių skaičius (tūkst.)	566,4	580,8
Studentų skaičius (tūkst.)	67,1	74,5

Raskite, tarp kokių skaičių yra tikslūs moksleivių ir studentų skaičiai, jei duomenys lentelėje pateikti:

a) tiksliais skaitmenimis;
b) suapvalinus iki šimtų.

314. Lentelėje pateikti penkių didžiausių Lietuvos miestų gyventojų skaičiai (1999 sausio 1 d.) tiksliais skaitmenimis.

Miestas	Gyventojų skaičius (tūkst.)
Vilnius	578,4
Kaunas	414,2
Klaipėda	202,5
Šiauliai	146,8
Panevėžys	133,7

a) Kiek daugiausiai gyventojų gali būti trijuose didžiausiuose miestuose?
b) Kiek mažiausiai gyventojų gali būti šiuose penkiuose miestuose?

315. Ar bus nuvažiavęs dviratininkas 3141 m, jei žinoma, kad dviračio ratas, kurio skersmuo 1 m, apsisuko 1000 kartų?

316. Žinoma, kad $3{,}6 < \sqrt{13} < 3{,}7$. Įvertinkite:
a) $5\sqrt{13}$; b) $10 + \sqrt{13}$; c) $12 - 2\sqrt{13}$.

Pavyzdys. $3{,}6 < \sqrt{13} < 3{,}7$.

$$\frac{3{,}6}{5} < \frac{\sqrt{13}}{5} < \frac{3{,}7}{5},$$

$$0{,}72 < \frac{\sqrt{13}}{5} < 0{,}74.$$

---

317. Žinoma, kad $4{,}4 < \sqrt{20} < 4{,}5$. Įvertinkite:
a) $3\sqrt{20}$; b) $15 - \sqrt{20}$; c) $20 - 3\sqrt{20}$.

318. a) Kvadrato kraštinės ilgis a yra: $7\,\text{cm} < a < 7{,}5\,\text{cm}$. Įvertinkite šio kvadrato perimetrą.

b) Lygiakraščio trikampio perimetras P yra: $22{,}5\,\text{cm} < P < 24\,\text{cm}$. Įvertinkite šio trikampio kraštinės ilgį.

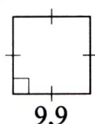
319. Keliant kvadratu skaičius, kurie labai mažai skiriasi nuo vieneto, vietoj formulės $(1 \pm a)^2 = 1 \pm 2a + a^2$ praktikoje naudojama apytikslė lygybė $(1 \pm a)^2 \approx 1 \pm 2a$. Pavyzdžiui: $1{,}003^2 = (1 + 0{,}003)^2 \approx 1 + 2 \cdot 0{,}003 = 1{,}006$.

Remdamiesi šia lygybe, apskaičiuokite apytiksliai:

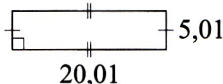
a) $1{,}05^2$; b) $1{,}005^2$; c) $1{,}004^2$; d) $0{,}99^2$; e) $0{,}98^2$; f) $0{,}97^2$.

320. Pasakykite, kurios figūros plotas didžiausias, kurios mažiausias.

A



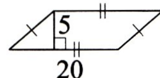
B



C



D



321. Kareiviai išsirikiavo į koloną eilėmis po 12, o paskui persirikiavo į koloną eilėmis po 8, ir abiem atvejais visos eilės buvo užpildytos. Kiek buvo kareivių, jeigu žinoma, kad jų skaičius tarp 180 ir 200?

322. Moneta metama du kartus. Surašykite visas baigtis, palankias įvykiui:

a) herbas atvirto bent vieną kartą;

b) skaičius atvirto bent vieną kartą.

323. Jeigu tarptautiniuose atsiskaitymuose vienas euras (EUR) atitinka 4,3208 lito, tai kiek litų atitinka:

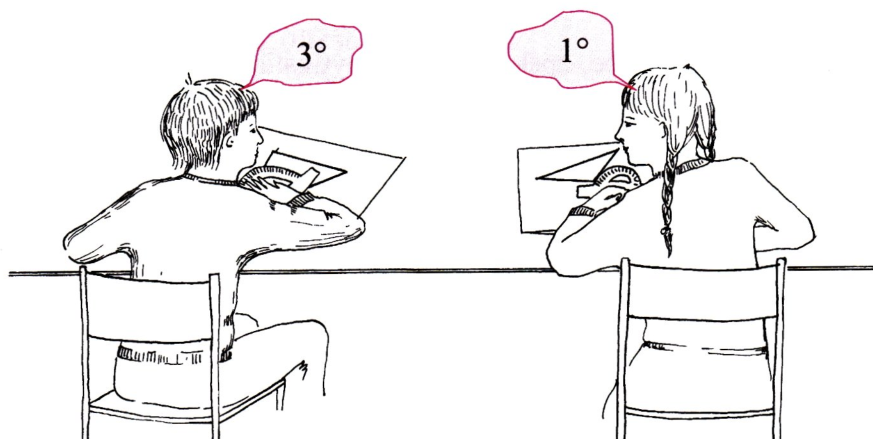
a) 600 Suomijos markių (FIM), žinant, kad euras atitinka 5,94573 FIM;

b) 600 Italijos lirų (ITL), žinant, kad euras atitinka 1936,27 ITL?

2 Absoliučioji paklaida

Žinant apytikslę dydžio reikšmę, kyla klausimas, kiek ji skiriasi nuo tikslios.

PAVYZDYS. Valdukas ir Nijolytė matlankiu matavo trikampio vidaus kampus.



Valduko matavimo rezultatų suma lygi 183°, Nijolytės — 179°. Kadangi trikampio vidaus kampų suma lygi 180°, tai Valduko gauta apytikslė reikšmė yra su pertekliumi ir nuo tikslios skiriasi 3°, o Nijolytės — su trūkumu ir nuo tikslios reikšmės skiriasi 1°. Šiuos skaičius gauname apskaičiavę apytikslės reikšmės ir tikslios reikšmės skirtumo modulį:

$$|183 - 180| = 3; \qquad |179 - 180| = 1.$$

Dydžio apytikslės ir tikslios reikšmių skirtumo modulis vadinamas apytikslės reikšmės absoliučiąja paklaida.

Pažymėję apytikslę dydžio reikšmę x, o tikslią — a, absoliučiąją paklaidą galime užrašyti taip:

$$|x - a|.$$

Kuo mažesnė absoliučioji paklaida, tuo apytikslė reikšmė yra artimesnė tiksliajai reikšmei. Taigi Nijolytė suklydo mažiau, nes $1 < 3$.

Pratimai ir uždaviniai

324. Apskaičiuokite absoliučiąją paklaidą, kai žinoma apytikslė reikšmė x ir tiksli reikšmė a:

a) $a = 2{,}5$; $x = 2{,}4$ b) $a = 30$; $x = 29{,}6$
c) $a = 22$; $x = 23$ d) $a = 19{,}5$; $x = 19{,}51$
e) $a = \frac{1}{3}$; $x = \frac{1}{2}$ f) $a = \frac{2}{5}$; $x = \frac{1}{4}$
g) $a = \frac{2}{11}$; $x = 0{,}18$ h) $a = \frac{1}{3}$; $x = 0{,}3$

325. Kokia absoliučioji paklaida padaryta apvalinant skaičius:

a) $0{,}2359 \approx 0{,}2$ b) $0{,}2359 \approx 0{,}24$ c) $0{,}2359 \approx 0{,}236$
d) $\frac{4}{7} \approx 0{,}5$ e) $\frac{2}{3} \approx 0{,}67$ f) $\frac{6}{7} \approx 0{,}86$?

326. Suapvalinkite skaičių iki dešimtųjų ir raskite gautos apytikslės reikšmės absoliučiąją paklaidą:

a) 15,27; b) 2,19; c) 6,23; d) 7,25.

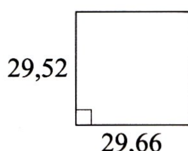
327. Suapvalinkite skaičių iki dešimtųjų; iki šimtųjų:

a) 2,357; b) 15,622; c) 100,011.

Raskite gautų apytikslių skaičių absoliučiąsias paklaidas. Kuriuo atveju paklaida mažesnė?

328. Simas ir Rimas susiginčijo, kuris greičiau apytiksliai apskaičiuos stačiakampio plotą. Jie skaičiavo taip:





Simas: $29{,}52 \cdot 29{,}66 \approx 30 \cdot 30 = 900$;
Rimas: $29{,}52 \cdot 29{,}66 \approx 29 \cdot 30 = 30 \cdot 30 - 30 = 870$.

a) Kaip manote, kuris iš jų apskaičiavo greičiau?
b) Kuris apskaičiavo tiksliau?

329. Mokiniai matavo mokyklinio suolo ilgį. Gauti tokie rezultatai: 1,22 m; 1,12 m; 1,18 m; 1,21 m. Suolo gamybos instrukcijoje nurodytas jo tikslus projektinis ilgis yra 1,20 m. Kokia kiekvienu atveju yra absoliučioji paklaida?

330. Kokia galėjo būti apytikslė dydžio reikšmė, jeigu absoliučioji paklaida yra mažesnė už 0,1, o tiksli dydžio reikšmė yra:

a) 2,7; b) 3,2; c) 30?

331. Iš 20 metrų ilgio vielos reikia išlankstyti stačiakampį, kurio plotas būtų ne mažesnis kaip 21 m^2.

a) Kokia gali būti trumpesnioji tokio stačiakampio kraštinė?
b) Kokio didžiausio ploto stačiakampį galima išlankstyti?
c) Ar, atkirpus 4 m, iš likusio vielos gabalo galima išlankstyti stačiakampį, kurio plotas būtų didesnis kaip 15 m^2?

332. Mama su Vilma turguje nusipirko mažiau kaip 50 kiaušinių. Eidama namo Vilma nustatė, kad nusipirktų kiaušinių skaičius dalijasi iš 2, 3, 5, 10, 15. Kiek kiaušinių buvo nupirkta?

333. Su kuriomis kintamojo y reikšmėmis reiškinio:

a) $-2(8y-1)$ reikšmė didesnė už reiškinio $7-3y$ reikšmę;
b) $5y+1$ reikšmė mažesnė už reiškinio $-3(2+3y)$ reikšmę?

334. Raskite x reikšmę, su kuria reiškinių:

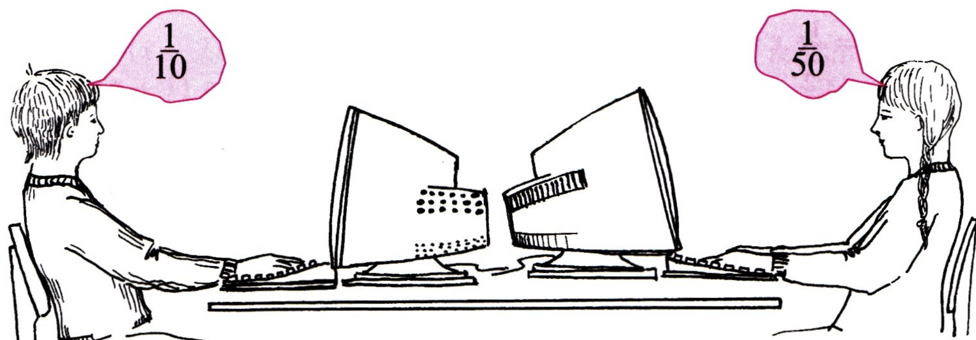
a) $(x+4)(3-x)$ ir $x(x+6)$ reikšmių suma lygi 7;
b) $x(5-x)$ ir $(x-2)(x+2)$ reikšmių suma lygi 1.

335. Lydinyje yra 8 kg vario ir 32 kg alavo.

a) Kiek procentų vario yra lydinyje?
b) Kiek procentų alavo masės sudaro vario masė?

3 Santykinė paklaida

Valdukas ir Nijolytė bandė spėti, kiek apytiksliai žodžių yra jų parašytuose rašiniuose.



Penktokas Valdukas mano, kad jis parašė apie 100 žodžių, aštuntokė Nijolytė galvoja, kad ji parašė apie 500 žodžių. Kompiuteris parodė, kad Valduko rašinyje yra 90, o Nijolytės — 510 žodžių. Abu vaikai apsiriko tuo pačiu žodžių skaičiumi, t. y. absoliučiosios paklaidos yra vienodos:

$$|100 - 90| = 10; \qquad |500 - 510| = 10.$$

Valduko spėjimo absoliučioji paklaida sudaro $\frac{10}{100} = \frac{1}{10}$ apytikslės reikšmės dalį, o Nijolytės — $\frac{10}{500} = \frac{1}{50}$ dalį.
Kadangi $\frac{1}{50} < \frac{1}{10}$, tai galima laikyti, kad Nijolytė spėjo tiksliau.

Dydžio apytikslės reikšmės santykine paklaida vadiname absoliučiosios paklaidos ir apytikslės reikšmės santykį.

Pažymėję apytikslę dydžio reikšmę x, o tikslią — a, santykinę paklaidą galime užrašyti taip:

$$\frac{|x - a|}{x}.$$

Santykinė paklaida leidžia palyginti skirtingų dydžių apytikslių reikšmių tikslumą. Ji dažnai reiškiama procentais.
Pavyzdžiui, Valduko padaryta santykinė paklaida lygi $\frac{1}{10}$ arba 10%, o Nijolytės — $\frac{1}{50}$, arba 2%. Galima sakyti, kad Nijolytė spėjo 5 kartus tiksliau.

Pratimai ir uždaviniai

336. Apskaičiuokite santykinę paklaidą, kai žinoma apytikslė reikšmė x ir tiksli reikšmė a. (Remkitės praeito skyrelio 324 pratimo rezultatais.)

a) $a = 2{,}5;\ x = 2{,}4$ b) $a = 30;\ x = 29{,}6$
c) $a = 22;\ x = 23$ d) $a = 19{,}5;\ x = 19{,}51$
e) $a = \frac{1}{3};\ x = \frac{1}{2}$ f) $a = \frac{2}{5};\ x = \frac{1}{4}$
g) $a = \frac{2}{11};\ x = 0{,}18$ h) $a = \frac{1}{3};\ x = 0{,}3$

337. Kokia padaryta absoliučioji ir kokia santykinė paklaida apvalinant skaičius:

a) $\frac{1}{3} \approx 0{,}3;\quad 1\frac{1}{3} \approx 1{,}3;$ b) $\frac{2}{3} \approx 0{,}6;\quad 10\frac{2}{3} \approx 10{,}6$?

Padarykite išvadą.

338. Petriukas, išmatavęs matlankiu trikampio vidaus kampus, gavo, kad jų suma lygi $181°$. Onutė, išmatavusi matlankiu keturkampio vidaus kampus, gavo, kad jų suma lygi $361°$. Kuris vaikas matavo kruopščiau?

339. Suapvalinkite skaičius iki dešimtųjų ir raskite kiekvienos apytikslės reikšmės santykinę paklaidą:

a) 18,25; b) 14,061; c) 8,764.

340. Suapvalinę skaičių nurodytu tikslumu, apskaičiuokite gautos apytikslės reikšmės santykinę paklaidą procentais:

a) 8,69 iki vienetų b) 0,362 iki dešimtųjų
c) 233 iki dešimčių d) 0,195 iki šimtųjų

341. Tarybų Sąjungos teritorija buvo lygi apytiksliai $22\,400\,000\,\text{km}^2$. Kokia galėjo būti padaryta didžiausia absoliučioji ir kokia didžiausia santykinė paklaida, jei pateiktas skaičius yra tikslaus skaičiaus apytikslė reikšmė:

a) suapvalinta iki šimtų tūkstančių;
b) su trimis tiksliais skaitmenimis?

Palyginkite a) ir b) atvejais gautus rezultatus.

342. Ant radijo detalės užrašyta: „Varža $20\Omega \pm 10\%$“. Ką tai reiškia?

343. a) Lygiakraščio trikampio kraštinių ilgis a yra: $8\,\text{cm} < a < 8{,}5\,\text{cm}$. Įvertinkite šio trikampio perimetrą.
b) Kvadrato perimetras P yra: $10\,\text{cm} < P < 12\,\text{cm}$. Įvertinkite šio kvadrato kraštinę.

344. Jeigu $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{x} = \frac{23}{12}$, tai $x = \cdots$

A 2 **B** 3 **C** 4 **D** 9 **E** 12

345. Už dvi knygas sumokėta 19,8 Lt. Kiek kainavo kiekviena knyga, jeigu pirmoji:

a) 20% pigesnė už antrąją; b) 20% brangesnė už antrąją?

346. Su kuriomis kintamojo x reikšmėmis reiškinio:

a) $100(x-2)$ reikšmė mažesnė už reiškinio $50(x-2)$ reikšmę;

b) $2(x+1)$ reikšmė ne mažesnė už reiškinio $200(x+1)$ reikšmę?

347. Du rokeriai tuo pačiu metu išvažiavo iš Alytaus į Lazdijus. Vienas visą kelią važiavo 50 km/h greičiu, o kitas pirmąją kelio pusę — 60 km/h greičiu, o antrąją — 40 km/h greičiu. Kuris rokeris į Lazdijus atvyko anksčiau?

348. Jeigu tarptautiniuose atsiskaitymuose vienas euras (EUR) atitinka 4,3208 lito, tai kiek litų atitinka:



a) 450 Liuksemburgo frankų (LUF), žinant, kad 1 euras atitinka 40,3399 LUF;

b) 450 Olandijos guldenų (NLG), žinant, kad 1 euras atitinka 2,20371 NLG (kartais naudojamas senovinis guldeno pavadinimas florinas, sutrumpintai žymimas DFL);

c) 450 Prancūzijos frankų (FRF), žinant, kad 1 euras atitinka 6,55957 FRF;

d) 450 Vokietijos markių (DEM), žinant, kad 1 euras atitinka 1,95583 DEM?

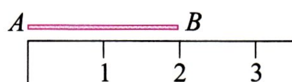


Taip atrodo 1 milijonas USD (100 pakelių po 100 vieno šimto vertės kupiūrų).

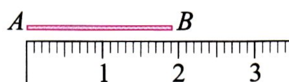
4 Matavimo tikslumas

Pasvėrus moliūgą kilograminėmis svarstyklėmis, nustatyta, kad jo masė m yra didesnė už 25 kg, bet mažesnė už 26 kg, t. y.: $25\,\text{kg} < m < 26\,\text{kg}$. Pasvėrę moliūgą tikslesnėmis svarstyklėmis, jo masę nustatytume tiksliau.

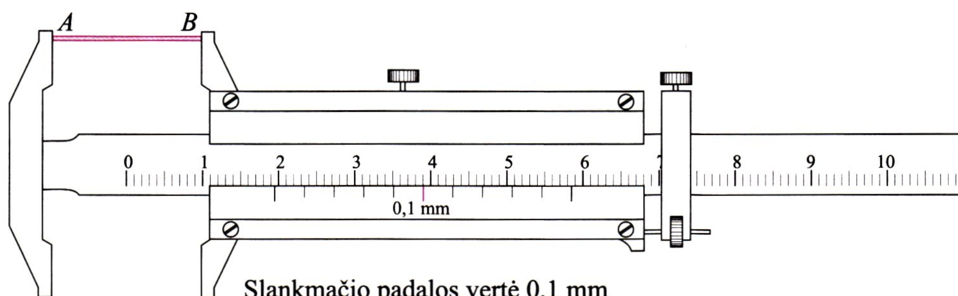
Jei dydis randamas naudojantis kokiu nors matavimo prietaisu, matavimo tikslumas priklauso nuo to prietaiso skalės — kai ji sudalyta smulkesnių matavimo vienetų padalomis, matavimas bus tikslesnis.



Centimetrinės liniuotės padalos vertė 1 cm



Milimetrinės liniuotės padalos vertė 1 mm



Slankmačio padalos vertė 0,1 mm

Galima teigti, kad strypelio ilgis, gautas matuojant centimetrine liniuote, apytiksliai lygus 2 cm (1 cm tikslumu); matuojant milimetrine liniuote — 1,9 cm (1 mm tikslumu); matuojant slankmačiu — 1,95 cm (0,1 mm tikslumu — tai matosi iš apatinės skalės, kuri padalyta į 10 lygių dalių, atitinkančių milimetro dalis).

Mažiausia matavimo prietaiso padalos vertė vadinama to prietaiso tikslumu.

Aišku, kad matavimo rezultatas bus tiksliausias matuojant slankmačiu, kurio padalos vertė, arba *tikslumas*, lygus 0,1 mm.
Matavimo slankmačiu rezultatą galima užrašyti taip:

$$x \approx 19{,}5\,\text{mm}\ (0{,}1\,\text{mm tikslumu}),\ \text{arba}$$
$$x = (19{,}5 \pm 0{,}1)\,\text{mm}.$$

Laikoma, kad absoliučioji matavimo paklaida yra mažesnė už prietaiso tikslumą h, t. y.:

$$|x - AB| < h.$$

Tai reiškia, kad matavimo slankmačiu rezultatas 19,5 mm nuo tikslios strypelio ilgio reikšmės AB skiriasi mažiau kaip 0,1 mm, t. y.:

$$|19{,}5 - AB| < 0{,}1.$$

Vadinasi, tikslus strypelio ilgis yra didesnis už $(19{,}5 - 0{,}1)$ mm ir mažesnis už $(19{,}5 + 0{,}1)$ mm:

$$19{,}4 < AB < 19{,}6.$$

Santykinė matavimo paklaida yra mažesnė už prietaiso tikslumo ir matavimo rezultato santykį:

$$\frac{|x - AB|}{x} < \frac{h}{x}.$$

Todėl mūsų nagrinėjamo matavimo slankmačiu santykinė paklaida mažesnė už

$$\frac{0{,}1}{19{,}5} = \frac{1}{195}, \quad \text{t. y. apytiksliai } 0{,}5\%.$$

PAVYZDYS. Išmatuota, kad žmogaus plauko storis $d \approx 0{,}15$ mm (matavimo prietaiso tikslumas $h = 0{,}01$ mm), o atstumas nuo Žemės iki Mėnulio $l \approx 384\,000$ km ($h = 500$ km). Kuris matavimas yra kokybiškesnis (tikslesnis santykinės paklaidos prasme)?

Sprendimas.

1) Plauko storio matavimo santykinė paklaida mažesnė už

$$\frac{h}{d} = \frac{0{,}01}{0{,}15} = \frac{1}{15}, \quad \text{t. y. apytiksliai } 6{,}67\%.$$

2) Atstumo nuo Žemės iki Mėnulio matavimo santykinė paklaida mažesnė už

$$\frac{h}{l} = \frac{500}{384\,000} = \frac{5}{3840} = \frac{1}{768}, \quad \text{t. y. apytiksliai } 0{,}13\%.$$

Matome, kad matuojant plauko storį santykinė matavimo paklaida didesnė, vadinasi, atstumo nuo Žemės iki Mėnulio matavimas kokybiškesnis (tikslesnis santykinės paklaidos prasme).

Pratimai ir uždaviniai

349. Kokiu termometru — medicininiu ar kambario — tiksliau matuojama temperatūra? Kam lygus šių termometrų tikslumas?

350. Laboratorijoje strypelio ilgis buvo išmatuotas liniuote su milimetrinėmis padalomis, slankmačiu (padalos vertė 0,1 mm) ir mikrometru (padalos vertė 0,01 mm). Gauti rezultatai: $a = 9{,}8\,\text{mm}$, $b = 9\,\text{mm}$, $c = 9{,}78\,\text{mm}$. Kuriuo prietaisu matuojant gauti pateikti rezultatai? Užrašykite matavimų rezultatus nurodydami matavimo prietaiso tikslumą.

351. Matavimo rezultatas užrašytas taip: $d = (270 \pm 1)\,\text{mm}$.

a) Kokia matavimo skalės padalos vertė?

b) Kam lygi reikšmė su trūkumu; su pertekliumi?

c) Kam lygus matavimo tikslumas h?

352. Matavimo rezultatas užrašytas taip: $x = (2{,}27 \pm 0{,}5)\,\text{cm}$. Įvertinkite absoliučiąją ir santykinę matavimo paklaidas.

353. Dviejų dydžių matavimo rezultatai yra $l = 15{,}0 \pm 0{,}5$ ir $L = 140{,}0 \pm 0{,}5$. Kuris matavimas tikslesnis?

354. Palyginkite geležinkelio vagono masės M ir vaistų dozės masės m svėrimo kokybę (tikslumą), kai $M \approx 63\,\text{t}$ (0,5 t tikslumu) ir $m \approx 0{,}15\,\text{g}$ (0,01 g tikslumu).

355. Palyginkite stiklo storio b ir lentynos ilgio l matavimo kokybę, kai $b \approx 0{,}4\,\text{cm}$ (0,1 cm tikslumu) ir $l \approx 100{,}0\,\text{cm}$ (0,1 cm tikslumu).

356. Svarstyklėmis buvo pasverta 25 kg kruopų 100 g ir 1,5 kg miltų 5 g tikslumu. Įvertinę santykines paklaidas, palyginkite svėrimų kokybę.

357. Apskaičiuota, kad mūsų planetos amžius yra 4450 ± 50 mln. metų. Kiek mažiausiai ir kiek daugiausiai metų gali būti Žemei?

358. Pasakykite skaičiaus a apytikslę sveikąją reikšmę su trūkumu ir su pertekliumi, kai $a = 5{,}6$; $14{,}76$; $103{,}23$. Rezultatą parašykite dviguba nelygybe.

Pavyzdys. $a = 7{,}15$. Didžiausia sveikoji reikšmė su trūkumu yra 7, o mažiausia su pertekliumi — 8: $7 < 7{,}15 < 8$.

---

359. Parašykite dvigubą nelygybę atitinkančią apytikslę lygybę:

a) $x \approx 7{,}2$ (0,1 tikslumu) b) $x \approx 2{,}26$ (0,01 tikslumu)
c) $x \approx 69$ (1 tikslumu) d) $x \approx 0{,}327$ (0,001 tikslumu)

Pavyzdys. Jei $x \approx 3{,}4$ (0,1 tikslumu), tai $3{,}3 < x < 3{,}5$.

---

360. Įvertinkite skaičiaus x apytikslės reikšmės santykinę paklaidą, kai

a) $x \approx 5{,}5$ (0,1 tikslumu) b) $x \approx 10{,}01$ (0,1 tikslumu)
c) $x \approx 1{,}41$ (0,01 tikslumu) d) $x \approx 2{,}22$ (0,01 tikslumu)

361. Lygiašonio trikampio vienas kampas 30° mažesnis už kitą. Raskite trikampio kampus.

362. Oro slėgis matuojamas atmosferomis. Padidėjus slėgiui viena atmosfera, manometro rodyklė pasisuka į dešinę 6° kampu. Kokiu kampu pasisuks manometro rodyklė, slėgiui padidėjus 8 atmosferomis?

363. Šeimininkė, uždegusi dujas, puodą ant ugnies pastato per 12 s. Kiek kubinių metrų dujų sudega per metus be reikalo, jeigu dujos per dieną uždegamos 10 kartų ir žinoma, kad per 1 h jų sudega 700 dm^3?

364. Iš 1 cnt pieno gaunama 8–9 kg sūrio. Kiek sūrio galima padaryti iš pieno, primelžto iš 100 karvių per mėnesį (30 dienų), jeigu iš vienos karvės per dieną primelžiama 15–20 kg?

5 Matavimo vienetų sąryšiai

Mantas pastebėjo, jog kieme augančios pušies viršūnė „nudegusi“, o spygliai nudžiūvę. Pasidomėjęs Mantas sužinojo, jog medžius žaloja rūgštieji lietūs. Juos sukelia oro teršalai — ypač sieros junginiai, o jų pasaulio pramonė kasmet išmeta į orą apie 150 megatonų! Mantas nusprendė suskaičiuoti, kiek kilogramų sieros junginių per metus vidutiniškai tenka kiekvienam iš 6 milijardų planetos gyventojų. Tam prireikė išsiaiškinti, ką reiškia žodis *megatona* ir kaip vienus matavimo vienetus versti kitais.

Lentelėje pateiktos kartotinių ir dalinių matavimo vienetų dalys, jų žymėjimas ir jas atitinkantys daugikliai.

Pirmoji žodžio dalis	mega-	kilo-	hekto-	deka-	deci-	centi-	mili-	mikro-
Reikšmė	milijonas	tūkstantis	šimtas	dešimt	dešimtoji	šimtoji	tūkstantoji	milijonoji
Žymėjimas	M	k	h	da	d	c	m	μ
Daugiklis	10^6	10^3	10^2	10^1	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-6}

Pavyzdžiui:

1 kilometras $= 1 \cdot 10^3$ metrų $= 1000$ metrų;

100 centimetrų $= 100 \cdot 10^{-2}$ metrų $= 1$ metras.

1 mm $= 1 \cdot 10^{-3}$ m $= 0{,}001$ m; 1 kg $= 1 \cdot 10^3$ g $= 1000$ g.

? Remdamiesi lentele, paaiškinkite, ką reiškia žodžiai *megatonà*, *hektolìtras*, *dekagrãmas*, *mikromètras* (dabar jis vadinamas *mikronu*).

Mantas skaičiavo taip:

150 Mt = 150 000 000 t = 150 000 000 000 kg = 150 mlrd. kg.

Vidutiniškai kiekvienam planetos gyventojui tenka:

150 mlrd. kg : 6 mlrd. = 25 kg.

Vadinasi, vienam planetos gyventojui per metus vidutiniškai tenka apie 25 kg sieros junginių.

Lentelėje kartotinių ir dalinių matavimo vienetų daugikliai užrašyti dešimties laipsniais, todėl, vienus matavimo vienetus verčiant kitais, patogu veiksmus atlikti su dešimties laipsniais. Pavyzdžiui, išreikškime:

a) megatonomis 4 200 000 tonų:

$$4\,200\,000\,\mathrm{t} = 4{,}2 \cdot 10^6\,\mathrm{t} = 4{,}2\,\mathrm{Mt};$$

b) mikronais 0,000005 metro:

$$0{,}000005\,\mathrm{m} = 5 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{m} = 5\,\mu;$$

c) metrais 75 000 milimetrų:

$$75\,000\,\mathrm{mm} = 75\,000 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m} = 75\,\mathrm{m}.$$

Visi čia minėti vienetai priklauso standartinei vienetų sistemai, vadinamai SI. Tačiau įvairiose šalyse yra vartojamos ir kitos matavimo sistemos — tikriausiai ne kartą teko matyti ar girdėti žodžius: barelis, galonas (tūrio matai), mylia, jūrmylė (ilgio matai), svaras, uncija (svorio matai).

Kokius dar žinote ne SI sistemos vienetus? Gal galite pasakyti kurių nors iš jų sąryšius su atitinkamais SI vienetais?

Pratimai ir uždaviniai

365. Parašykite skaičius standartine išraiška:

a) 3100	b) 5420	c) 62 tūkst.	d) 43 mln.
e) 0,05	f) 0,078	g) 0,00023	h) 0,00006
i) $20 \cdot 10^5$	j) $0{,}03 \cdot 10^4$	k) $0{,}245 \cdot 10^{-4}$	l) $375 \cdot 10^{-3}$

Pavyzdys. $128 \cdot 10^{-4} = 1{,}28 \cdot 10^2 \cdot 10^{-4} = 1{,}28 \cdot 10^{-2}$.

366. Išreikškite nurodytais matavimo vienetais:

a) kilotonomis 32 000 t; 4050 t;
b) hektolitrais 300 ℓ; 4200 ℓ;
c) milisekundėmis 0,002 s; 0,0015 s;
d) decigramais 0,8 g; 0,24 g;
e) mikronais 0,000007 m; 0,0000045 m;
f) miligramais 0,001 g; 0,0063 g.

367. Skaičius parašykite standartine išraiška ir išreikškite juos nurodytais matavimo vienetais:

a) megatonomis (Mt)	b) dekalitrais (daℓ)	c) mikrometrais (μm)
2 000 000 t	460 ℓ	0,00000007 m
2 500 000 t	4000 ℓ	0,00000027 m
2 050 000 t	4 ℓ	0,00000207 m

Pavyzdys. 0,005 g miligramais: $0{,}005\,\text{g} = 5 \cdot 10^{-3}\,\text{g} = 5\,\text{mg}$.

---

368. Kasmet į pasaulio vandenyną patenka apytiksliai 15 Mt naftos produktų. Kiek kilogramų naftos produktų pateko į pasaulio vandenyną per paskutinįjį dešimtmetį? Atsakymą parašykite standartine skaičiaus išraiška.

369. Pasakykite, kuris iš duotųjų skaičių mažesnis:

a) $7{,}3 \cdot 10^4$ m ar $7{,}352 \cdot 10^4$ m b) $1{,}02 \cdot 10^2$ Mt ar $1{,}2 \cdot 10^6$ t
c) 3 mg ar 0,0003 g d) 7000 ℓ ar 701 daℓ

370. Atstumas nuo Žemės iki Kentauro Alfos žvaigždės apytiksliai yra 207 000 astronominių vienetų (astronominis vienetas — atstumas nuo Žemės iki Saulės, lygus 150 mln. km). Išreikškite apytikslį atstumą nuo Žemės iki Kentauro Alfos kilometrais ir atsakymą parašykite standartine išraiška.

371. Žemėlapyje, kurio mastelis 1 : 20 000 000, Didžioji kinų siena yra 20 cm ilgio.

a) Kiek kilometrų tikrovėje atitinka 1 cm žemėlapyje?
b) Koks Didžiosios kinų sienos ilgis metrais tikrovėje?
c) Kokio apytiksliai ilgio šiame žemėlapyje yra kelias Vilnius–Kaunas–Klaipėda, jei jo ilgis tikrovėje $3{,}15 \cdot 10^5$ m?

372. Suapvalinkite skaičius 0,00843; 1,00281; 14,1252; 217,0962 iki:
a) tūkstantųjų; b) šimtųjų; c) dešimtųjų.

373. Apskaičiuokite reiškinio $x+y$ reikšmę, prieš tai $x = 1{,}0539$ ir $y = 2{,}0216$ suapvalinę iki:

a) tūkstantųjų; b) šimtųjų; c) dešimtųjų; d) vienetų.

Kuriuo atveju santykinė paklaida mažiausia?

374. Pasakykite, kokiu tikslumu suapvalinti skaičiai:

a) $3{,}347 \approx 3{,}35$ b) $6{,}236 \approx 6{,}24$ c) $0{,}101 \approx 0{,}1$
d) $9{,}3071 \approx 9{,}31$ e) $7{,}296 \approx 7{,}30$ f) $12{,}995 \approx 13{,}00$
g) $12{,}993 \approx 13$ h) $214{,}937 \approx 210$ i) $728{,}45 \approx 700$

Raskite absoliučiąsias apvalinimo paklaidas.

375. Stačiakampio kraštinės yra 9 ir 4.

a) Raskite kraštinę kvadrato, kurio plotas lygus šio stačiakampio plotui.

b) Padalykite jį į dvi dalis, iš kurių būtų galima sudėti kvadratą.

376. Iš centnerio saulėgrąžų gaunama 0,4–0,45 cnt aliejaus. Kiek reikia saulėgrąžų, norint gauti 16 cnt aliejaus?

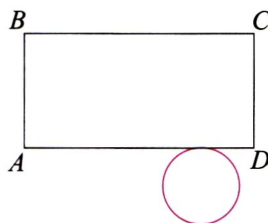
377. Kurios koordinačių sistemos ašies atžvilgiu simetriški taškai:

a) $A(3; 5)$ ir $A_1(3; -5)$; b) $B(-5; -4)$ ir $B_1(5; -4)$?

378. a) Taškai $A(7; \ldots)$ ir $B(\ldots ; -3)$ simetriški Ox ašies atžvilgiu. Raskite jų koordinates.

b) Taškai $A(\ldots ; -5)$ ir $B(7; \ldots)$ simetriški Oy ašies atžvilgiu. Raskite jų koordinates.

379. Apie stačiakampį $ABCD$ rieda apskritimas, kurio ilgis 1 m. Kiek jis padarys pilnų apsisukimų, kol grįš į pradinę padėtį, jei stačiakampio kraštinių ilgiai 2 m ir 4 m?



380. Šachmatų turnyre visi žaidėjai vienas su kitu žaidžia po vieną partiją.

a) Apskaičiuokite, kiek partijų turi būti sužaista, jei turnyre dalyvauja 7 žaidėjai; 10 žaidėjų.

b) Kiek žaidėjų dalyvavo turnyre, jei buvo sužaistos 28 partijos; 55 partijos?

381. Miško ekosistemoje grybai, kaip radioaktyvaus metalo cezio (cheminis ženklas Cs) kaupėjai, užima pirmąją vietą. Lietuvos miškuose augančių grybų radioaktyvumas buvo pradėtas tirti tuoj po Černobylio atominės elektrinės avarijos 1986 metais. Tų metų rudenį vidutinis cezio aktyvumas sausos masės kilograme buvo apie 700 bekerelių (žymima Bq), o 1987 metais pasiekė jau beveik 2500 Bq. Daugiausia cezio per pastarąjį dešimtmetį grybuose buvo nustatyta 1993 metais — 5000 Bq.

1) Didžiausia leistina cezio koncentracija sausoje medžiagoje — 3700 Bq kilograme. Apskaičiuokite, kiek kartų viršijo leistiną normą grybų užterštumas 1993 metais.

Grybų užterštumas priklauso ne tik nuo to, kiek radioaktyvių medžiagų iškrito toje vietovėje, bet ir nuo miško reljefo bei dirvožemio. Net tos pačios rūšies grybai, augantys ant kalvos, gali turėti gerokai mažiau cezio, nei augantys papėdėje. Dar daugiau cezio sukaupia pelkių grybai. 1993 metais grybų radioaktyvumas Vokietijoje viršijo normą beveik 21,4 karto, Lenkijoje — 42,4 karto, Švedijoje — 105,4 karto.

2) Apskaičiuokite, kiek bekerelių džiovintų grybų kilograme buvo 1993 metais Vokietijoje, Lenkijoje, Švedijoje rinktuose grybuose. Atsakymus suapvalinkite iki tūkstančių.

3) Nubraižykite grybų užterštumo cezio radionuklidais 1993 metais sąlygoje minėtose Baltijos šalyse stulpelinę diagramą.

Radioaktyviuosius teršalus įvairių rūšių grybai kaupia nevienodai — labiau užteršti būna raukšlėtieji gudukai, baravykinių šeimos grybai, žaliuokės, ūmėdės. Pavyzdžiui, 1998 metais mažiausiai radioaktyvūs įvairių rūšių grybai augo Telšių, Vilniaus, Šiaulių, Kauno, Tauragės, Utenos apskričių miškuose — 45 Bq/kg, o labiausiai buvo užterštos Varėnos rajono Mergežerio miško ūmėdės, turėjusios 236 Bq/kg.

4) Remdamiesi Dzūkijos monitoringo stoties 1996 metų duomenimis nustatykite, kurie grybai tame regione buvo labiausiai užteršti cezio-134 ir 137 nuklidais.

Grybai	Cs-134 (Bq/kg)	Cs-137 (Bq/kg)
Raudonoji musmirė	0	18,10
Ūmėdė	3,70	287,00
Rudoji meškutė	4,30	305,00
Juosvažalis baltikas	0	56,20
Žalsvasis baltikas	0	170,00
Kazlėkas	0,90	110,00
Baravykas rudakepuris	0	76,00

Nuplovus grybus, jų radioaktyvumas sumažėja apie 20 procentų, išvirus — apie 40 procentų, iškepus ar užmarinavus — 30 procentų.

5) Apskaičiuokite, kiek cezio turėjo:
   a) nuplautos ir iškeptos; b) išvirtos ir užmarinuotos ūmėdės, rinktos 1998 metais Tauragės apskrityje ir Varėnos rajono Mergežerio miške.

6) Kaip reikėtų apdoroti grybus, kad jų užterštumas radioaktyviosiomis medžiagomis sumažėtų labiausiai?

Pasitikrinkite

1. a) Rombo kraštinės ilgis a yra: $5\,\text{cm} < a < 6\,\text{cm}$. Įvertinkite jo perimetrą.
b) Kvadrato plotas S yra: $1\,\text{cm}^2 < S < 4\,\text{cm}^2$. Įvertinkite jo perimetrą.

2. Lietuvoje 1999 m. gyveno 3,7 milijono gyventojų. Tarp kokių skaičių buvo tikslus gyventojų skaičius, jei duomenys pateikti:

a) suapvalinus iki šimtų tūkstančių; b) tiksliais skaitmenimis?

3. Suapvalinkite skaičių iki nurodyto skyriaus ir apskaičiuokite absoliučiąją paklaidą:
a) 3,9 iki vienetų; b) 65,43 iki dešimtųjų; c) 1,257 iki šimtųjų.

4. Suapvalinkite skaičių iki dešimtųjų. Raskite absoliučiąją ir santykinę apvalinimo paklaidą:

a) 8,24; b) 9,35; c) 10,29.

5. Matavimo rezultatas parašytas lygybe $d = (4{,}7 \pm 0{,}1)$ mm. Kokia matavimo skalės padalos vertė? Kam lygi reikšmė su trūkumu; su pertekliumi? Parašykite šį matavimo rezultatą dviguba nelygybe.

6. Apskaičiuokite dviejų medinių ruošinių ilgio matavimo rezultatų santykines paklaidas ir nustatykite, kuris matavimas tikslesnis:

A $d \approx 17{,}6$ cm (0,1 cm tikslumu); **B** $l \approx 69{,}5$ cm (0,5 cm tikslumu).

7. Išmatavus degtuko ilgį x ir stalo ilgį y gauta: $x \approx 50$ mm (1 mm tikslumu) ir $y \approx 1625$ mm (1 mm tikslumu).
a) Įvertinkite kiekvieno matavimo absoliučiąją paklaidą.
b) Įvertinkite kiekvieno matavimo santykinę paklaidą.
c) Kuris matavimas ir kiek kartų tikslesnis?

8. Išreikškite nurodytais matavimo vienetais:
a) kilotonomis 61 000 t; 2905 t;
b) hektolitrais 5402 ℓ; 37 ℓ;
c) miligramais 0,027 g; 0,95 g;
d) mikrometrais 0,00062 m; 0,000009 m.

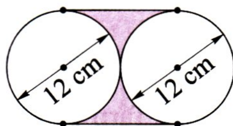
9. Išreikškite nurodytais matavimo vienetais ir parašykite atsakymus standartine išraiška:

a) 12 Mt tonomis b) 760 daℓ litrais
c) 4250 mℓ litrais d) 0,3 μm metrais

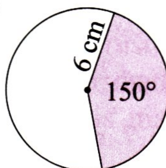
10. Nubraižykite du keturkampius, kurie turėtų:
a) tik 1 simetrijos ašį; b) tik 2 simetrijos ašis.

11. Raskite nuspalvintos dalies plotą (atsakymą užrašykite vienetų tikslumu).

a)



b)



12. Dvi grupės mokinių — aštuonmečių ir dvylikamečių — buvo apklaustos, kiek laiko per dieną jie žaidžia kompiuteriu. Duomenys pavaizduoti lentelėje.

8-mečių grupė	12	6	9	3	1	0
12-mečių grupė	0	0	7	12	16	17
Laiko intervalai	[10; 20)	[20; 30)	[30; 40)	[40; 50)	[50; 60)	[60; 70)

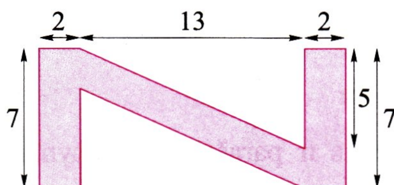
a) Kiek kiekvienos grupės vaikų buvo apklausta?
b) Pavaizduokite duomenis grafiškai.

13. Aurimas turi žalios, mėlynos ir juodos spalvų džinsus, taip pat pilkos, rausvos ir gelsvos spalvų striukes. Keliais skirtingais būdais Aurimas gali apsirengti šiuos drabužius?

14. Duoti skaičiai 5 4 6 3. Tarp jų parašę po kartą veiksmų ženklus „+“, „×“, „−“, gaukite skaitinį reiškinį, kurio reikšmė lygi:
a) -16; b) -9; c) 17; d) 19; e) 23; f) 26.

15. Palei kelią nuo Matuizų Valkininkų link kas 45 m yra mediniai elektros stulpai, kuriuos nuspręsta pakeisti naujais gelžbetoniniais kas 60 m. Kas kiek metrų naujieji stulpai stovės senųjų vietoje?

16. Raskite pavaizduotos figūros plotą ir perimetrą.

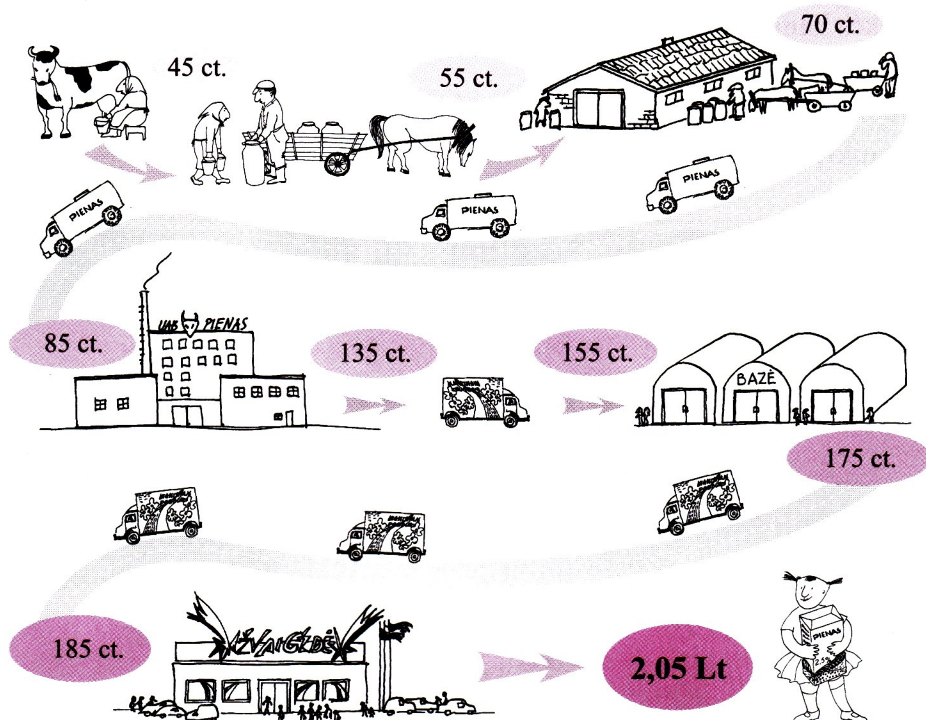


11 GAMYBA IR PREKYBA



1 Prekės kaina. Antkainis

Atvažiavusi iš kaimo močiutė stebisi, koks brangus mieste pienas. Sako:
— Pas mus kaime jį superka už centus, o čia, mieste, pardavinėja už litus.
O ir iš tikrųjų, pasižiūrėkime, kaip vienas litras pieno keliauja iki mūsų stalo.



Kaip matome, pienui artėjant prie mūsų, jo kaina visą laiką auga. Kainuoja ir karvės pašaras, ir močiutės triūsas, ir pieno supirkėjo darbas. Reikia mokėti už pieno šaldymą, saugojimą, vežiojimą, krovimą, pilstymą į butelius, pardavimą ir daug kitų darbų.

? Pabandykite surašyti, kas ir kokius darbus atlieka, kol pienas patenka ant mūsų stalo.

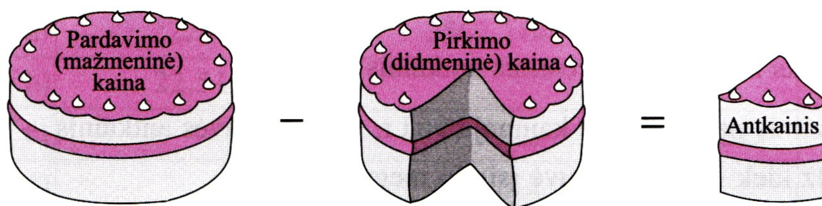
Fabrike, gamykloje ar bendrovėje daromi baldai, siuvami batai ar gaminami maisto produktai. Buitinių paslaugų įmonėse mus kerpa, valo mūsų drabužius, o transporto įmonės veža autobusais ar traukiniais, skraidina lėktuvais. Vartotojas už įsigytas prekes ar gautas paslaugas moka tam tikrą pinigų sumą, kuri vadinama *prekės ar paslaugos kaina*.

? Pamąstykite, kodėl pienas, kuris kaime buvo supirktas beveik ta pačia kaina, parduotuvėse dažnai kainuoja labai skirtingai.

Bet kokią gamybą ar paslaugas visuomet lydi įvairios *išlaidos*: gamybos sąnaudos, prekybos išlaidos, mokesčiai ir kt. Prekės *savikaina* yra dalis visų išlaidų (gamybos sąnaudų), tenkanti prekės vienetui pagaminti.

PAVYZDYS. Matematikos vadovėlio viso tiražo gamyba (knygos maketo gamyba, darbuotojų ir autorių atlyginimai, popierius, viršeliai, spaustuvės paslaugos, transporto ir kitos ūkinės išlaidos, mokesčiai) leidyklai kainavo 302 500 litų. Kadangi buvo išleista 55 000 vadovėlio egzempliorių, tai vieno vadovėlio savikaina yra 302 500 : 55 000 = 5,5 (lito).

Kuo daugiau prekių parduodama iškart, tuo jų kaina mažesnė — todėl gamintojo *didmeninė kaina* visada mažesnė už *mažmeninę kainą*. Mažmeninė kaina yra ta kaina, už kurią prekę iš pardavėjo perka vartotojas.
Kad ir kiek būtų pardavėjų ir pirkėjų (kaip pavyzdyje su pienu), pardavimo kaina visuomet didesnė už prekės įsigijimo kainą. Iš šių kainų skirtumo, vadinamo antkainiu, pardavėjai apmoka prekybos išlaidas ir dar turi užsidirbti.



? Kas ir kokius antkainius uždeda pienui, šiam keliaujant ant mūsų stalo?

Norint sužinoti, kokią dalį pirkimo kainos sudaro antkainis, skaičiuojamas *procentinis antkainis*.

UŽDAVINYS. Knygynas pirko albumą iš leidyklos už 15 Lt, o pardavė už 19,5 Lt. Koks šiuo atveju yra antkainis ir procentinis antkainis?
Sprendimas. Antkainis yra 19,5 – 15 = 4,5 (Lt).
Procentinį antkainį randame, pavyzdžiui, sudarę proporciją:

$$\begin{matrix} 15\text{ Lt} — 100\% \\ 4{,}5\text{ Lt} — \quad x\% \end{matrix} \longrightarrow \frac{15}{100} = \frac{4{,}5}{x} \longrightarrow x = \frac{4{,}5 \cdot 100}{15} = 30\,(\%).$$

Atsakymas. Antkainis lygus 4,5 Lt, o procentinis antkainis yra 30%.

Pastaba. Atkreipkite dėmesį, kad procentinis antkainis *visuomet* skaičiuojamas nuo pirkimo kainos, t. y. jis parodo, kokią dalį įsigijimo kainos prisidėjo pardavėjas, parduodamas prekę.

Pratimai ir uždaviniai

382. Per mėnesį cechas pagamino 320 aparatų, kurių kiekvieno savikaina 250 Lt. Kiek iš viso išlaidų (gamybos sąnaudų) turėjo cechas?

383. Gamykla per mėnesį pagamino 400 spintų. Visos gamybos sąnaudos buvo 1,8 mln. Lt. Kokia yra vienos spintos savikaina?

384. Parduotuvė pirko svetainės komplektą iš fabriko už 4000 Lt, o pardavė už 4800 Lt.

a) Kokia svetainės komplekto didmeninė kaina?
b) Kokia svetainės komplekto mažmeninė kaina?
c) Koks svetainės komplekto antkainis?
d) Koks svetainės komplekto procentinis antkainis?

385. Kostiumo mažmeninė kaina yra 558 Lt, o didmeninė — 450 Lt.

a) Už kiek litų parduotuvė pirko kostiumą?
b) Už kiek litų parduotuvė parduoda kostiumą?
c) Koks kostiumo antkainis?
d) Koks kostiumo procentinis antkainis?

386. Megztinis parduotuvėje kainuoja 96 Lt, o parduotuvės antkainis — 16 Lt.

a) Už kiek litų parduotuvė įsigijo megztinį?
b) Koks megztinio procentinis antkainis?

387. Mokinys knygyne pirko knygą už 11,22 Lt. Knygos procentinis antkainis yra 32%.

a) Už kiek litų knygynas įsigijo knygą?
b) Koks knygos antkainis?

388. Cechas per vieną savaitę pagamina 500 detalių. Jų gamybos sąnaudų 4,5% sudaro 1080 Lt. Kokia yra vienos detalės savikaina?

389. a) Kokia palto didmeninė kaina, jei paltą, kurio pasiuvimo savikaina 480 Lt, siuvykla parduoda parduotuvei 2,5% brangiau?
b) Kokia palto didmeninė kaina, jei paltą, kurio pasiuvimo savikaina 800 Lt, siuvykla parduoda parduotuvei 3,5% brangiau?

390. a) Knygas, kurių vienos savikaina 5 Lt, knygynas pirko už 5,5 Lt. Keliais procentais knygų didmeninė kaina didesnė už jų savikainą?
b) Leidykla knygą knygynui pardavė 7,5% brangiau už savikainą, ir knygos didmeninė kaina pasidarė 8,6 Lt. Kokia yra knygos savikaina?

391. Gamykla, parduodama detalę, prie jos savikainos prideda 10%. Parduotuvė, parduodama šią detalę, prideda dar 30% antkainį.

a) Už kokią kainą parduotuvė perka detalę, jei jos pagaminimo savikaina yra 40 Lt?
b) Kokia detalės kaina parduotuvėje?
c) Koks detalės antkainis, skaičiuojant jį nuo savikainos?

392. Prekių bazė parduoda prekes parduotuvėms 20% brangiau nei už jas mokėjo gamyklai. Parduotuvė dar prideda $33\frac{1}{3}\%$ antkainį.

a) Kokia yra prekės savikaina, jeigu bazė parduoda ją parduotuvei už 30 Lt?
b) Kokia prekės kaina parduotuvėje?
c) Koks prekės antkainis, skaičiuojant jį nuo savikainos?

393. Užbaikite pildyti lentelę:

	Prekės pirkimo kaina	Prekės pardavimo kaina	Antkainis	Procentinis antkainis
a)	2228 Lt	2562,2 Lt		
b)	22,5 Lt			16%
c)		57,97 Lt	31,62 Lt	
d)		641,7 Lt		42,6%

394. Parduotuvė įsigijo 600 sąsiuvinių po 0,35 Lt ir 500 sąsiuvinių po 0,38 Lt. Visi sąsiuviniai buvo parduoti po 0,4 Lt. Apskaičiuokite visų sąsiuvinių:

a) pirkimo kainą;
b) pardavimo kainą;
c) pardavimo procentinį antkainį.

395. Parašykite daugianariu:

a) $3a^2(2a^2 - a + 3)$ b) $(3a - b)^2$
c) $(2x - 1)(6x + 5)$ d) $(2x - 1)(2x + 1)$
e) $(a - 2)(a + 2) - a(a - 1)$ f) $(a - 2)^2 - (a^2 + 4)$

396. Trikampio kampų dydžių santykis yra 1 : 2 : 3.

a) Raskite šio trikampio kampus.
b) Kokia trikampio rūšis (pagal kampus)?

397. Raskite reiškinio $x^2 - 2x + 1$ reikšmę, kai $x = -5$; $x = -1{,}5$.

398. Išspręskite nelygybę:

a) $x + 6 < 0{,}8x - (2 - x)$; b) $5 - (4 - x) \geqslant -2(3x - 1)$.

399. Apskaičiuokite:

a) $-3^{-1} - \left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$; b) $\left(2\frac{1}{2}\right)^{-1} - 0{,}2^{-2}$.

400. Išskaidykite dauginamaisiais:

a) $5m^3 + 15m^2$ b) $4x^2 - 9y^2$

c) $ab^2 - 2ab$ d) $m(m - 2) + n(m - 2)$

e) $a(a + c) - b(c + a)$ f) $3a^2 - 6ab + 3b^2$

g) $100x^2 - 9$ h) $y^2 - 10y + 25$

401. Stačiojo trikampio statiniai lygūs 30 cm ir 40 cm.

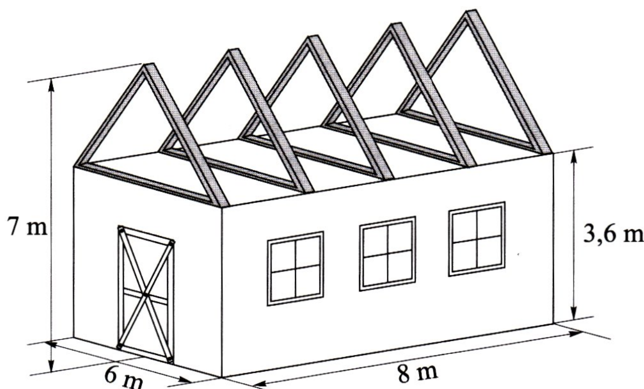
a) Raskite trikampio įžambinės ilgį.
b) Apskaičiuokite trikampio plotą.
c) Koks stačiojo kampo viršūnės nuotolis nuo įžambinės?
d) Kiek procentų įžambinės ilgio sudaro statinių ilgių suma?

402. Rombo perimetras lygus 80 cm, o viena iš įstrižainių — 32 cm.

a) Koks rombo kraštinės ilgis?
b) Koks kitos rombo įstrižainės ilgis?
c) Raskite rombo plotą.
d) Apskaičiuokite rombo aukštinę.

403. Trijų vienas po kito einančių nelyginių skaičių suma lygi k. Kam lygi kitų po jų einančių trijų nelyginių skaičių suma?

404. Koks bendras gegnių (jos nuspalvintos) ilgis? Atsakymą užrašykite 0,5 m tikslumu.



405. Pagal duotą lentelę nubraižykite atmosferos slėgio kitimo priklausomybės nuo aukščio grafiką.

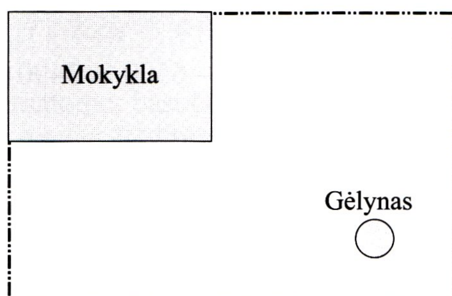
Aukštis (m)	100	1074	2270	4345	7550	10 820
Slėgis (mm gyvsidabrio stulpelio)	754	670	579	447	293	184

Pagal grafiką apytiksliai nustatykite:

a) slėgį, kai aukštis 600 m; 1500 m; 3000 m; 4000 m; 65 000 m; 10 000 m;

b) kokiame aukštyje slėgis lygus 600 mm, 400 mm; 250 mm; 200 mm; 150 mm.

406. Visa mokyklos teritorija, įskaitant ir patį pastatą, yra stačiakampio formos.



Mastelis 1: 600

a) Išmatuokite ir apskaičiuokite mokyklos teritorijos plotą ir tvoros ilgį.

b) Mokyklos teritorijoje norima įrengti stačiakampę žaidimų aikštelę. Nuspalvinkite plotą, kuriame galėtų būti įrengta aikštelė, jeigu ji turi būti ne arčiau kaip 9 m nuo mokyklos ir ne arčiau kaip 3 m nuo gėlyno.

c) Kokio didžiausio ploto aikštelę, tenkinančią punkto b) reikalavimus, galima įrengti? Koks bus jos ilgis ir plotis?

2 Pajamos. Pelnas

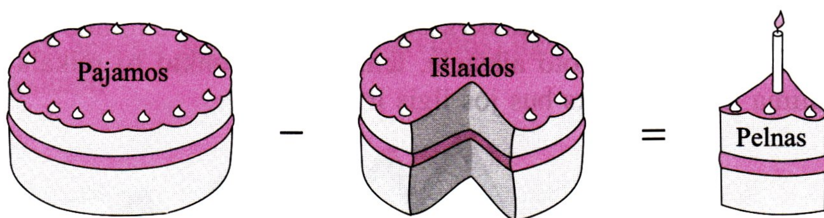
„Žvaigždės“ maisto prekių parduotuvės vedėja po sėkmingos velykinės prekybos buvo puikiai nusiteikusi — į kasą įplaukė vos ne 100 000 litų.
Tačiau džiaugsmingą nuotaiką šiek tiek temdė sąskaitos iš prekių tiekėjų — jiems reikės sumokėti beveik 80 000 litų. Bet nėra ir taip blogai — parduotuvė gavo apie 20 000 *pajamų*.

1 UŽDAVINYS. Parduotuvė iš urmo bazės buvo gavusi 1000 kg vynuogių po 6,5 Lt, o pardavė po 9,99 Lt.
Kiek pajamų turėjo parduotuvė, pardavusi visas vynuoges?

Sprendimas. Parduotuvės įplaukos buvo $9{,}99 \cdot 1000 = 9990$ (litų), o urmo bazei turėjo sumokėti $6{,}5 \cdot 1000 = 6500$ (litų).
Vadinasi, pajamos pardavus 1000 kg vynuogių yra $9990 - 6500 = 3490$ (Lt).

Atsakymas. 3 490 Lt.

Kaip matote, parduotuvės pajamas sudaro pinigai, gauti iš parduotuvės uždėto antkainio. Pavyzdžiui, uždavinyje parduotuvės antkainis yra $9{,}99 - 6{,}5 = 3{,}49$ (Lt) už kilogramą. Todėl visos pajamos yra $3{,}49 \cdot 1000 = 3490$ (Lt).
Be pajamų, parduotuvė, kaip ir bet kuri kita prekybos, paslaugų teikimo ar gamybos įmonė, turi ir visokiausių išlaidų: patalpų nuoma, įranga, reklama, mokesčiai, atlyginimai ir kt.
Kartais šios išlaidos dar vadinamos *kaštais*. Atėmę iš pajamų išlaidas, sužinome gauto pelno dydį.



Jeigu išlaidos viršija pajamas, tai pelnas pasidaro neigiamas. Tuo atveju išlaidų ir pajamų skirtumas vadinamas *nuostoliu*.

PAVYZDYS. Parduotuvės savininkas įsigijo 1000 porų vasarinių basučių po 24 litus ir pardavinėjo jas po 34 litus. Iki rudens jis pardavė net 735 poras ir nutarė suskaičiuoti pelną. Buhalteris suskaičiavo, kad prekybos išlaidų dalis (sandėliavimas, transportavimas, pardavėjų atlyginimai ir kt.), tenkanti prekybai basutėmis, yra maždaug 1 litas kiekvienai porai.

Savininko skaičiavimai yra tokie:

Basutės

Gauta į sandėlį – 1000 porų
Parduota iki 09.01 – 735 poros
Įplaukos: $34 \times 735 = 24990$ litų
Sumokėta už basutes – 24000 litų
Pajamos – 990 litų
Prekybos išlaidos: 1000 litų
Pelnas: $990 - 1000 = -10$?

Kaip matome, basučių poros pardavimo antkainis buvo 10 litų, o pardavus 735 poras gautas 10 litų nuostolis. Tad ar vertėjo jas pirkti ir pardavinėti?

? Ką galėtumėte patarti parduotuvės savininkui, kad jo nuotaika praskaidrėtų?

2 UŽDAVINYS. Kioskas, taikantis 28% antkainį, pardavė prekių už 5120 Lt. Prekybos išlaidos sudarė: mokesčiai — 210,8 Lt, patalpų nuoma ir įranga – – 279,2 Lt, reklama ir ryšių paslaugos — 112 Lt, atlyginimai — 438 Lt. Koks gautas pelnas ir kiek jis sudaro procentų prekių įsigijimo kainos?

Sprendimas. Prekių pardavimo kaina sudaro $100 + 28 = 128\,(\%)$ jų įsigijimo kainos. Raskime prekių pirkimo kainą (pažymime ją x):

$$\begin{array}{l} 5120\,\text{Lt} — 128\% \\ x\,\text{Lt} — 100\% \end{array} \longrightarrow x = \frac{5120 \cdot 100}{128} = 4000\,(\text{Lt}).$$

Prekybos išlaidos: $210{,}8 + 279{,}2 + 112 + 438 = 1040\,(\text{Lt})$.
Kadangi pajamos yra $5120 - 4000 = 1120\,(\text{Lt})$, tai pelnas:

$$1120 - 1040 = 80\,(\text{Lt}).$$

Pelnas nuo prekių įsigijimo kainos sudaro:

$$\begin{array}{l} 4000\,\text{Lt} — 100\% \\ 80\,\text{Lt} — \quad y\% \end{array} \longrightarrow y = \frac{80 \cdot 100}{4000} = 2\,(\%).$$

Atsakymas. Pelnas yra 80 Lt; jis sudaro 2% prekių įsigijimo kainos.

? Kokį antkainį turėtų taikyti kiosko savininkas, kad gautų ne mažesnį kaip 10% pelną?

Pratimai ir uždaviniai

407. Parduotuvė įsigijo daržovių už 5600 Lt, o pardavė jas už 6500 Lt. Koks parduotuvės pelnas (nuostolis), jei prekybos išlaidos sudarė:
a) 850 Lt; b) 920 Lt?

408. Kiosko prekybos išlaidos 2500 Lt. Kiek pajamų turėjo kioskas, jei jo:
a) pelnas — 250 Lt b) nuostolis — 70 Lt
c) pelnas — 142 Lt d) nuostolis — 58 Lt?

409. Kiosko pajamos 6000 Lt. Kokios kiosko prekybos išlaidos, jei jo:
a) pelnas — 350 Lt b) nuostolis — 30 Lt
c) pelnas — 247 Lt d) nuostolis — 17 Lt?

410. Parduotuvė spintą įsigijo už 2500 Lt, o ją pardavė už 3250 Lt.
a) Kiek kainavo parduotuvei 10; 17 tokių spintų?
b) Kiek įplaukų turėjo parduotuvė, pardavusi 10; 17 tokių spintų?
c) Kiek pajamų gavo parduotuvė, pardavusi 10; 17 tokių spintų?

411. a) Parduotuvė kostiumą įsigijo už 550 Lt, o jį pardavė už 659 Lt. Kiek pajamų gavo parduotuvė, pardavusi 10 tokių kostiumų?
b) Elektrotechnikos salonas šaldytuvą pirko už 1520 Lt, o pardavė už 1589 Lt. Kiek pajamų gavo salonas, pardavęs 5 tokius šaldytuvus?

412. Detalės įsigijimo kaina 2,5 Lt, o pardavimo — 4 Lt.
a) Kiek įplaukų turės parduotuvė, pardavusi 1; 5; 10; 50; 100 tokių detalių?
b) Parašykite reiškinį, pagal kurį galima apskaičiuoti parduotuvės įplaukas, gautas pardavus n tokių detalių.
c) Kiek detalių pardavė parduotuvė, jei turėjo 92 Lt; 120 Lt įplaukų?
d) Kiek detalių turi parduoti parduotuvė, kad gautų pajamų ne mažiau kaip 120 Lt; daugiau kaip 66 Lt?

413. Knygos įsigijimo kaina 8 Lt, o pardavimo — 10,5 Lt.
a) Kiek įplaukų turi knygynas, pardavęs 1; 3; 15; 30; 120 tokių knygų?
b) Parašykite reiškinį, pagal kurį galima apskaičiuoti knygyno įplaukas, gautas pardavus x tokių knygų.
c) Kiek knygų pardavė knygynas, jei turėjo 178,5 Lt; 304,5 Lt įplaukų?
d) Kiek knygų turi parduoti knygynas, kad pajamos sudarytų ne daugiau kaip 120 Lt; mažiau kaip 150 Lt?

414. Per dieną kepykla iškepa 2500 bandelių. Dienos gamybos sąnaudos yra 500 Lt. Kavinėje tos bandelės pardavinėjamos su 35% antkainiu.

a) Kokia yra bandelės kepimo savikaina?
b) Kiek kainuoja bandelė kavinėje?
c) Kiek litų per dieną gautų kepykla, pardavusi visas iškeptas bandeles?
d) Kiek litų pelno per dieną turėtų kepykla, pardavusi visas iškeptas bandeles, jei jų realizavimo išlaidos sudaro 125 Lt?

415. Vìsos 800 suknelių pasiuvimo sąnaudos sudaro 71 tūkst. Lt. Siuvykla sukneles pardavinėja su 24% antkainiu.

a) Kokia yra vienos suknelės pasiuvimo savikaina?
b) Kokia kaina pardavinėjamos suknelės?
c) Kiek litų gautų siuvykla, pardavusi visas pasiūtas sukneles?
d) Kiek litų pelno turėtų siuvykla, pardavusi visas pasiūtas sukneles, jei jų realizavimo išlaidos sudaro 1500 Lt?

416. Kiek litų pajamų bus gauta pardavus:

a) 20 kostiumėlių; n kostiumėlių, kurių kiekvieno didmeninė kaina 250 Lt, o mažmeninė — x Lt;
b) 15 porų batų; n porų batų, kurių kiekvienos didmeninė kaina x Lt, o mažmeninė — 300 Lt?

417. Televizoriaus didmeninė kaina x Lt, o mažmeninė — 32% didesnė.

a) Kokia yra televizoriaus mažmeninė kaina?
b) Koks yra pardavimo antkainis?
c) Koks yra pardavimo procentinis antkainis?
d) Kiek televizorių pardavė parduotuvė, jei gavo $4{,}8x$ Lt pajamų?
e) Kiek parduotuvei reikia parduoti televizorių, kad pajamų būtų gauta daugiau negu $20x$ Lt?

418. Kompaktinių diskų grotuvo mažmeninė kaina x Lt yra 25% didesnė už jo didmeninę kainą.

a) Kokia yra grotuvo didmeninė kaina?
b) Koks yra pardavimo antkainis?
c) Koks yra pardavimo procentinis antkainis?
d) Kokios yra parduotuvės, pardavusios 20 tokių grotuvų; n tokių grotuvų, įplaukos?
e) Kiek grotuvų pardavė parduotuvė, jei pajamos sudarė $3x$ Lt?
f) Kiek reikia parduoti grotuvų, kad pajamų būtų gauta daugiau negu $1{,}5x$ Lt?

419. Kaip prekeiviui sekėsi prekyba, jei jo pajamų ir prekybos išlaidų:

a) skirtumas yra −50 Lt
b) skirtumas yra 200 Lt
c) santykis yra 4 : 5
d) santykis yra 6 : 5
e) procentinis santykis yra 80%
f) procentinis santykis yra 120%?

Pavyzdžiai. Jei prekeivio pajamų ir prekybos išlaidų santykis yra 5 : 6, tai reiškia, jog pajamos (5 dalys) yra mažesnės už prekybos išlaidas (6 dalys), tad prekeivis patirs nuostolį.
Jei prekeivio pajamų ir prekybos išlaidų procentinis santykis yra 125% arba $\frac{125}{100} = \frac{5}{4}$, tai reiškia, jog pajamos (5 dalys) yra didesnės už prekybos išlaidas (4 dalys), todėl prekeivis turės pelno.

---

420. Bendrovė pardavė prekių už 45 tūkst. litų. Toms prekėms įsigyti ji buvo išleidusi 34 tūkst. litų. Patalpų eksploatacija bendrovei kainavo 1500 litų, reklama — 650 litų, darbuotojų atlyginimai — 4000 litų, apsauga ir ryšių paslaugos — 600 litų, elektra — 122,5 lito, mokesčiai — 1677,5 lito.

a) Kokios bendrovės pajamos?
b) Kokios yra bendrovės išlaidos?
c) Koks bendrovės pelnas?

421. Parduotuvė įsigijo prekių už 12 000 Lt, sumokėjo už patalpų nuomą — 300 Lt, elektrą, ryšius ir apsaugą — 320 Lt, įrangą — 250 Lt, darbuotojų atlyginimams — 1200 Lt ir mokesčių — 460,55 Lt. Įsigytos prekės realizuotos už 15 020 Lt.

a) Kokios parduotuvės pajamos?
b) Kokios yra parduotuvės išlaidos?
c) Koks parduotuvės pelnas?

422. a) Drabužių parduotuvė, įsigijusi prekių už 12 000 Lt, jas pardavė su 15% antkainiu. Kaip jai sekėsi prekyba, jei buvo sumokėta 274,5 Lt mokesčių, o visos kitos išlaidos sudarė 1600 Lt?
b) Drabužių parduotuvė prekes pardavė su 15% antkainiu ir gavo 9200 Lt. Kaip jai sekėsi prekyba, jei buvo sumokėta 183,5 Lt mokesčių, o kitos išlaidos sudarė 1050 Lt?

423. Suprastinkite reiškinį:

a) $2ab^2 \cdot (-8a^2b^3)$; b) $\left(\frac{1}{2}xy^2\right)^3$; c) $\frac{4ab^5}{a^4b^3}$; d) $\frac{(2a^2b)^2}{4a^3b}$.

424. Ar skaičius −1 yra:

a) lygties $1 - 2x + x^2 = x + 5$ sprendinys;
b) nelygybės $x^2 - 1 \geqslant x$ sprendinys?

425. Apskaičiuokite:

a) $\frac{2^{-10} \cdot 4^{-2}}{2^{-11}}$; b) $2^{-1} - 5 \cdot (-0{,}4)^2$.

426. Išskaidykite dauginamaisiais:

a) $a^2 - ax + xy - ay$; b) $b^2 - a^2 - 2a - 1$.

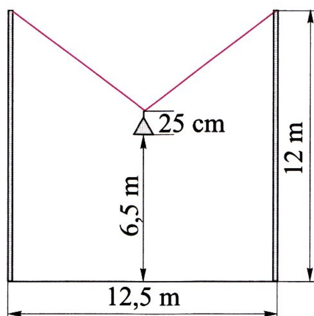
427. Stačiakampio įstrižainė lygi 10 cm, o jo kraštinių santykis lygus 3 : 4.

a) Raskite stačiakampio kraštines.
b) Kiek įstrižainių susikirtimo taškas yra nutolęs nuo stačiakampio kraštinių?
c) Nubraižykite stačiakampio simetrijos ašis.
d) Nubraižykite stačiakampį, simetrišką duotajam stačiakampiui jo trumpesnės kraštinės atžvilgiu.

428. Duotos trupmenos $\frac{2}{9}$; $\frac{3}{20}$; $\frac{11}{18}$; $\frac{1}{5}$; $\frac{19}{30}$; $\frac{17}{32}$.

a) Parašykite jas didėjimo tvarka.
b) Kurias iš šių trupmenų galima parašyti dešimtainėmis baigtinėmis trupmenomis?

429. a) Ant laido, esančio tarp dviejų stulpų, vidurio pakabinta lempa. Stulpo aukštis 12 m. Lempos aukštis 25 cm. Atstumas nuo lempos iki žemės 6,5 m. Koks laido ilgis (0,01 m tikslumu)?



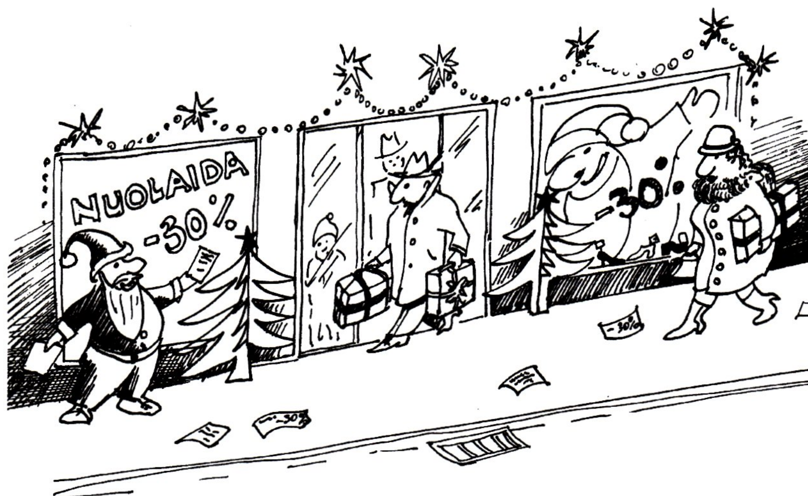
b) Kiek laido (1 m tikslumu) sunaudota gatvės apšvietimui, jeigu gatvės ilgis 800 m, o stulpai stovi kas 50 m?

430. Maudantis vonioje per vieną kartą sunaudojama 50 ℓ šalto ir 130 ℓ karšto vandens. 1 m^3 šalto vandens kainuoja 3 Lt 11 ct, o karšto — 14 Lt.

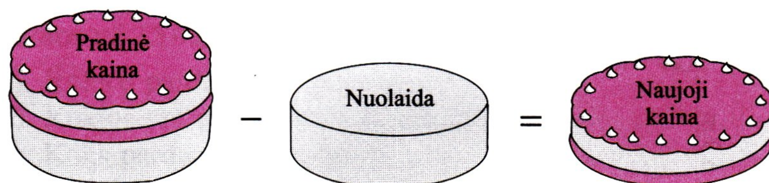
a) Kiek kainuoja vienas maudymasis vonioje?
b) Jeigu vonioje maudomasi 2 kartus per savaitę, tai kiek kainuos maudymasis per metus?

3 Nuolaida

Visi laukia švenčių. Ir ne tik todėl, kad jų metu galima neiti į mokyklą ar darbą. Prieš šventes geriausia pirkti. Parduotuvės viena per kitą siūlo *nuolaidas* — prekių kainos sumažinamos nuo kelių iki keliasdešimt procentų.



Kartais nuolaida daroma norint išparduoti sumažėjusios paklausos, sezono pabaigai užsilikusias ar susikaupusias prekes. Nuolaida daroma ir parduodant prekes iš karto dideliu kiekiu (*urmu*).



Dažniausiai nuolaida išreiškiama pradinės kainos procentais, t. y. vadinamąja *procentine nuolaida*.

UŽDAVINYS. Kostiumėlis, pavasarį kainavęs 120 Lt, rudenį parduotas už 99 Lt. Kokia kostiumėlio pardavimo nuolaida procentais?

Sprendimas. Kostiumėlio kainos nuolaida yra 120 – 99 = 21 (Lt). Procentinė nuolaida bus:

$$\begin{matrix} 120\,\text{Lt} - 100\% \\ 21\,\text{Lt} - x\% \end{matrix} \longrightarrow x = \frac{21 \cdot 100}{120} = 17{,}5\ (\%).$$

Atsakymas. 17,5%.

Pratimai ir uždaviniai

431. Batai, kurių pradinė kaina buvo 250 Lt, parduoti su 12% nuolaida.
a) Kiek litų sudarė nuolaida?
b) Už kiek litų parduoti batai?

432. Prekių išpardavimo su 15% nuolaida metu Jonas nusipirko batus už 119 Lt.
a) Kokia batų pradinė kaina?
b) Kiek litų sudarė nuolaida?

433. „Taupos" parduotuvėje visoms prekėms taikoma šventinė 4,5% nuolaida.
a) Kiek reikės mokėti kasoje už 84 Lt kainuojantį prekių rinkinį?
b) Kiek prekės būtų kainavusios be nuolaidos, jeigu už jas sumokėta 91,68 Lt?

434. Už 50 Lt bazėje įsigytai prekei parduotuvės savininkas uždėjo 30% antkainį. Kadangi jam nepavyko prekės parduoti, jis padarė pirkėjui 5% nuolaidą.
a) Kokia buvo planuota prekės pardavimo kaina?
b) Kiek litų sudaro nuolaida pirkėjui?
c) Už kiek litų parduota prekė pirkėjui?
d) Kiek parduotuvės savininkas gavo pajamų?
e) Kokią dalį (procentais) prekės įsigijimo kainos sudaro pajamos?

Pavyzdys. Jeigu už 120 Lt įsigytai prekei parduotuvės savininkas uždėjo 40% antkainį, bet jos nepardavęs padarė pirkėjui 10% nuolaidą, tai:
planuota prekės pardavimo kaina buvo $\frac{120 \cdot 140}{100} = 168$ (Lt);
nuolaida pirkėjui sudarė $\frac{168 \cdot 10}{100} = 16{,}8$ (Lt);
prekė parduota pirkėjui už $168 - 16{,}8 = 151{,}2$ (Lt);
parduotuvės savininkas gavo $151{,}2 - 120 = 31{,}2$ (Lt) pajamų;
pajamos sudaro $\frac{31{,}2}{120} \cdot 100 = 26$ (%) prekės įsigijimo kainos.

---

435. Drabužių parduotuvės savininkas urmo bazėje įsigytus po 300 Lt kostiumus pardavinėjo su 20% antkainiu, bet nuolatiniam pirkėjui padarė 8% nuolaidą.
a) Kokia buvo planuota prekės pardavimo kaina?
b) Už kiek litų parduotas kostiumas nuolatiniam pirkėjui?
c) Kiek litų pajamų gavo parduotuvės savininkas, pardavęs kostiumą nuolatiniam pirkėjui?
d) Kiek procentų vieno kostiumo įsigijimo kainos sudarė pajamos, gautos pardavus kostiumą nuolatiniam pirkėjui?

436. a) Prekė kainavo 80 Lt. Prieš Kalėdas prekeivis jos kainą sumažino 20%. Kiek procentų prekeivis turi padidinti naująją prekės kainą, norėdamas po Naujųjų metų gauti už prekę tiek pat, kiek ir prieš atpiginimą?
b) Prekei, pirktai bazėje už 80 Lt, prekeivis uždėjo 25% antkainį. Kiek procentų prekeivis turėtų sumažinti naująją prekės kainą, kad ji kainuotų kaip bazėje?

437. Parduotuvės savininkas, įsigijęs prekių už a Lt, nutarė uždėti 45% antkainį. Pirkėjui, perkančiam visas prekes urmu, jis padarė 20% nuolaidą.

a) Už kiek litų norėta parduoti prekes be nuolaidos?
b) Už kiek litų prekės buvo parduotos urmu?
c) Kiek pajamų gavo parduotuvės savininkas, pardavęs prekes urmu?

438. Prekės, kainavusios a litų, kaina buvo sumažinta 15%, bet, nepardavus iškart, buvo padaryta dar 20% nuolaida.

a) Už kiek norėta parduoti prekę pirmą kartą sumažinus kainą?
b) Už kiek litų prekė buvo parduota?
c) Kiek procentų buvo sumažinta prekės kaina per abu kartus?

439. Per pirmuosius metus automobilis praranda 20% vertės, o per antruosius — 15% likusios vertės. Kokia bus automobilio vertė po dvejų metų, jeigu naujas jis buvo pirktas už:

a) 40 000 Lt; b) 25 000 Lt?

440. Kompiuteris per metus nuvertėja 12%. Kiek nuvertės per dvejus metus kompiuteris, pirktas už:

a) 4000 Lt; b) 2500 Lt?

441. Parduotuvė pardavė prekių už 18 000 Lt. Toms prekėms įsigyti ji buvo išleidusi 14 500 Lt. Prekybos išlaidos sudarė 2400 Lt. Koks parduotuvės pelnas?

442. Daržovių parduotuvė įsigijo prekių už a Lt, o pardavė jas su 30% antkainiu. Parduotuvės prekybos išlaidos sudarė 75% pajamų.

a) Už kokią sumą parduotuvė pardavė įsigytas prekes?
b) Kiek litų pajamų turėjo parduotuvė?
c) Kiek litų sudarė parduotuvės prekybos išlaidos?
d) Koks daržovių paduotuvės pelnas?

443. Daržovių parduotuvė įsigytas prekes pardavė su 20% antkainiu ir gavo už jas a Lt. Parduotuvės prekybos išlaidos sudarė 60% pajamų.

a) Už kokią sumą parduotuvė įsigijo prekių?
b) Kiek litų pajamų turėjo parduotuvė?
c) Kiek litų sudarė parduotuvės prekybos išlaidos?
d) Koks daržovių parduotuvės pelnas?

444. Suprastinkite reiškinį:

a) $(y-2)(1-y)+3y(2y+3)$; b) $(2x-1)(x-5)-2(x-3)^2+13$.

445. Įrodykite tapatybę:

a) $(a-c)(a^2+ac+c^2)=a^3-c^3$; b) $(a-c)^3=a^3-3a^2c+3ac^2-c^3$.

446. Išspręskite lygtį:

a) $x+2(3x-2)=10$; b) $\frac{x}{2}+\frac{x}{3}=10$.

447. Raskite reiškinio $\frac{5x}{x+1}$ reikšmę, kai $x=-\frac{1}{6}$; $x=-\frac{1}{2}$.

448. Išskaidę dauginamaisiais, išspręskite lygtį:

a) $x^2-25=0$ b) $x^2-2x+1=0$
c) $x^3-3x^2-4x+12=0$ d) $x^2+8x+16=0$

449. Su kuriomis x reikšmėmis reiškinio $x+3$ reikšmės yra:

a) didesnės už reiškinio $3x-15$ reikšmes;
b) ne didesnės už reiškinio $3x-15$ reikšmes?

450. Stačiosios trapecijos pagrindai lygūs 6 cm ir 11 cm, o ilgesnioji šoninė kraštinė — 13 cm.

a) Raskite trapecijos aukštinę.
b) Apskaičiuokite trapecijos perimetrą.
c) Apskaičiuokite trapecijos plotą.
d) Raskite trapecijos įstrižaines.

451. Lygiašonės trapecijos šoninės kraštinės ir trumpesnysis pagrindas yra po 10 cm. Trapecijos aukštinė lygi 8 cm.

a) Raskite trapecijos ilgesnįjį pagrindą.
b) Apskaičiuokite trapecijos perimetrą.
c) Apskaičiuokite trapecijos plotą.
d) Koks trapecijos įstrižainės ilgis?

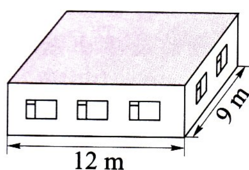
452. Duoti trys skaičiai: 20; 16; 5. Raskite tokį ketvirtą skaičių, kad visi skaičiai sudarytų proporciją. Kiek sprendinių turi uždavinys?

453. Žinoma, kad skaičius a yra nelyginis. Kurie iš skaičių $2a$; $3a$; $a+1$; $a-2$; a^2; $2a+1$ yra nelyginiai? Kodėl?

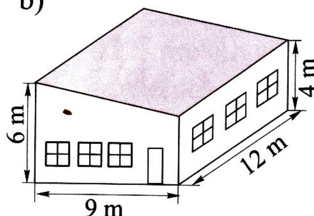
454. a) Tiesėje reikia pažymėti tris lygias atkarpas. Kiek mažiausiai taškų reikia pažymėti šioje tiesėje?
b) Tiesėje pažymėta 120 taškų, vienodai nutolusių vienas nuo kito. Kiek gauta lygių atkarpų?

455. Remdamiesi brėžiniu, apskaičiuokite namo stogo plotą.

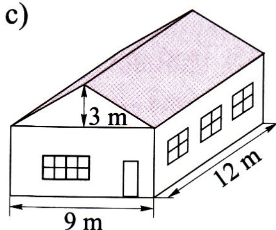
a)



b)



c)

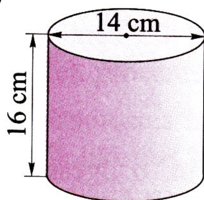


456. Palyginkite skaičius:

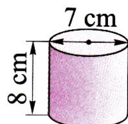
a) $-\frac{1}{3}$ ir $-\frac{1}{4}$; b) $-\frac{2}{3}$ ir $-\frac{3}{4}$.

457. Raskite dėžutės tūrį.

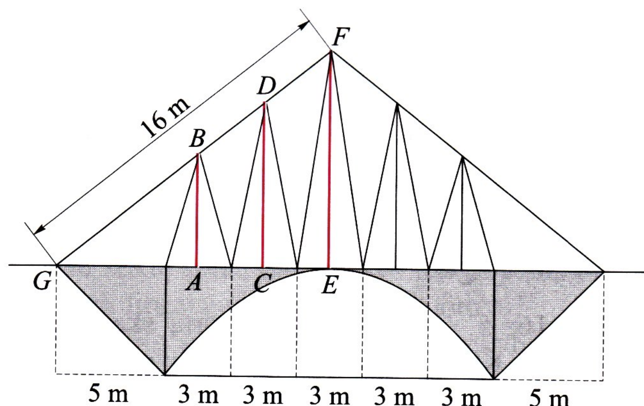
a)



b)



458. Brėžinyje pavaizduotas grandininis tiltas. Apskaičiuokite konstrukcijų AB, CD, EF ilgius 0,1 m tikslumu, jeigu $GB : BD : DF = 13 : 6 : 6$.



Pasitikrinkite

1. Batonų cecho visų mėnesio išlaidų suma lygi 24 000 Lt.

a) Kokia yra vieno batono savikaina, jeigu per mėnesį buvo iškepta 30 000 batonų?

b) Kiek batonų galima iškepti išleidus tiek pat pinigų, o vieno batono savikaina būtų 0,75 Lt?

2. Cechas per mėnesį pagamina 525 aparatus. 40% visų gamybos išlaidų sudaro 420 tūkst. litų per mėnesį.

a) Kiek per mėnesį cechas turi išlaidų?

b) Kokia yra vieno aparato pagaminimo savikaina?

3. Parduotuvė perka prekę iš bazės už 90 Lt, o parduoda ją pirkėjui su 15% antkainiu.

a) Koks prekės pardavimo antkainis litais?

b) Kokia prekės pardavimo kaina?

c) Kokios yra parduotuvės įplaukos, pardavus n prekių?

d) Kiek pajamų turi parduotuvė, pardavusi n prekių?

4. Parduotuvė parduoda prekę su 12% antkainiu pirkėjui už 89,6 Lt.

a) Koks prekės pardavimo antkainis litais?

b) Kiek kainavo prekė parduotuvei?

c) Koks yra parduotuvės pelnas, pardavus 1000 tokių prekių, jei vieno vieneto pardavimo išlaidos sudaro 8 Lt?

5. Užbaikite pildyti lentelę:

	Prekės pirkimo kaina	Prekės pardavimo kaina	Antkainis	Procentinis antkainis
a)	42 Lt	56,7 Lt		
b)		10,03 Lt	1,53 Lt	
c)	1,2 Lt		0,78 Lt	
d)		424 Lt		32,5%

6. Kiosko prekybos išlaidos 1800 Lt. Kiek pajamų turėjo kioskas, jei jo:

a) pelnas 420 Lt; b) nuostolis 20 Lt?

7. Parduotuvė įsigijo prekių už 40 000 Lt, o pardavė jas už 43 500 Lt. Parduotuvės prekybos išlaidos šioms prekėms parduoti sudarė 7,8% visų įplaukų.

a) Kiek litų sudarė prekybos išlaidos?

b) Koks parduotuvės pelnas?

8. Virtuvės baldų komplekto pagaminimo savikaina 3500 Lt. Gamykla parduoda virtuvės baldų komplektą parduotuvei 5% brangiau, negu jo savikaina. Parduotuvė dar prideda 22% antkainį.

a) Už kiek litų virtuvės baldų komplektą perka parduotuvė iš gamyklos?
b) Koks virtuvės baldų komplekto antkainis parduotuvėje?
c) Už kiek litų parduotuvė parduoda virtuvės baldų komplektą?
d) Kiek litų įplaukų gauna parduotuvė, pardavusi 12 tokių komplektų?
e) Kiek pajamų gauna parduotuvė, pardavusi 12 tokių komplektų?

9. Kioskas pardavė prekių už 8200 Lt. Toms prekėms įsigyti kioskas buvo išleidęs 6000 Lt. Kiosko prekybos išlaidos buvo 1400 Lt.

a) Kiek kioskas gavo pajamų?
b) Koks kiosko pelnas?

10. Išparduodant prekes su 16% nuolaida, Algis nusipirko batus už 109,2 Lt.

a) Kokia buvo batų ankstesnė kaina?
b) Kiek litų sudarė nuolaida?

11. Parduotuvės savininkas bazėje pirktai prekei, kuri kainavo 40 Lt, uždėjo 15% antkainį, o po to nuolatiniam pirkėjui suteikė 6% nuolaidą.

a) Už kokią kainą parduotuvės savininkas norėjo parduoti prekę?
b) Už kokią kainą jis prekę pardavė?

12. Prekės, kainavusios x Lt, kaina buvo sumažinta du kartus po 15%.

a) Kiek kainavo prekė sumažinus kainą pirmą kartą?
b) Kiek kainavo prekė sumažinus kainą antrą kartą?

13. Parašykite reiškinį daugianariu:

a) $(b+5)^2$; b) $x^2(2x^2-3x+4)$; c) $(x-10)(x+10)$.

14. Išspręskite nelygybę:

a) $5(x-1)+8 \leqslant 1-3(x+2)$; b) $2(3-z)-3(2+z) > z-12$.

15. Apskaičiuokite:

a) $3^{-2}-4^{-1}$; b) $\frac{3^{-10}\cdot 9^8}{(-3)^2}$.

16. Išskaidykite dauginamaisiais:

a) x^2-xy; b) x^2-49; c) $x^2+8x+16$; d) $5y-5x+y^2-xy$.

17. Rombo įstrižainės lygios 8 cm ir 6 cm.

a) Raskite rombo kraštinę.
b) Apskaičiuokite rombo plotą.
c) Raskite rombo aukštinę.

12 TYRIMO UŽDAVINIAI



1 Laimėk žaidimą

PAVYZDYS. Vienas mokinys pasako vienaženklį natūralųjį skaičių, kitas prideda prie jo kurį nors vienaženklį natūralųjį skaičių ir pasako sumą. Prie šios sumos pirmasis vėl prideda kurį nors vienaženklį natūralųjį skaičių ir vėl pasako sumą ir t. t. Laimi tas, kuris pirmas pasako 45. Kaip pradedantysis turėtų žaisti, norėdamas laimėti žaidimą?

Sprendimas. Pradėkime aiškintis nuo galo. Laimi tas, kuris pasako skaičių 45. Vadinasi, žaidėjas, kuris pasakys bet kurį iš devynių skaičių 44, 43, 42, ..., 36, pralaimės, nes jo varžovas po to iš karto galės pasakyti 45. Priešpaskutinis „laimintis" skaičius yra 35, nes jis priverčia varžovą pasakyti vieną iš nurodytų „pralaiminčiųjų" skaičių.
Kiti devyni mažėjančia tvarka einantys skaičiai 34, 33, 32, ..., 26 vėl yra pralaimintys, o 25 — laimintis. Ir taip toliau. Taigi laimintys skaičiai yra šie: 45, 35, 25, 15, 5. Pradedantysis laimi, jei iš karto sako 5 ir po to — tik laiminčius skaičius.

1. Pavyzdyje aprašytą žaidimą du aštuntokai žaidžia iki 100, t. y. laimi tas, kuris pirmas pasako 100. Kaip reikia žaisti norint laimėti? Kuris laimi teisingai žaisdamas: pradedantysis ar jo partneris?

2. Ant stalo padėti 28 domino kauliukai. Juos paeiliui ima du berniukai. Vienu kartu galima paimti ne daugiau kaip 5 kauliukus. Laimi tas, kuris ima paskutinis (ir kauliukų ant stalo nelieka). Kaip pradedantysis turėtų žaisti, norėdamas laimėti žaidimą?

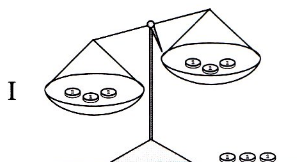
3. Vytas žaidžia skaičiavimo automatu, kuris, įmetus 5 centus, padaugina automato skalėje esantį skaičių iš 3 arba, įmetus 2 centus, prie automato skalėje matomo skaičiaus prideda 4. Žaidimas pradedamas automato skalėje esant skaičiui 0. Kaip turi žaisti Vytas, kad, išleidęs mažiausiai centų, gautų skaičių 2000?

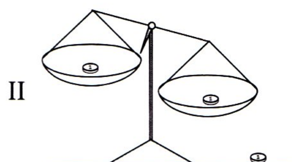
4. Ratu stovi vaikai, iš eilės laikantys 48 numerius. Reikia išrinkti vieną vedantįjį tokiu būdu. Skaičiuojama didėjančia tvarka iš eilės pradedant nuo laikančiojo pirmąjį numerį, kas antram vaikui liepiant išeiti iš rato, t. y. pirmasis lieka, antrasis išeina, trečiasis lieka, ketvirtasis išeina ir t. t. Ratas vis mažėja, kol jame lieka vienas vaikas. Nustatykite, kurį numerį laikantis vaikas bus išrinktas vedančiuoju.

2 Atrask netikrą monetą

PAVYZDYS. Iš 9 vienodų monetų viena yra netikra, šiek tiek lengvesnė už kitas. Kaip du kartus sveriant lėkštinėmis svarstyklėmis be svarsčių nustatyti netikrą monetą?

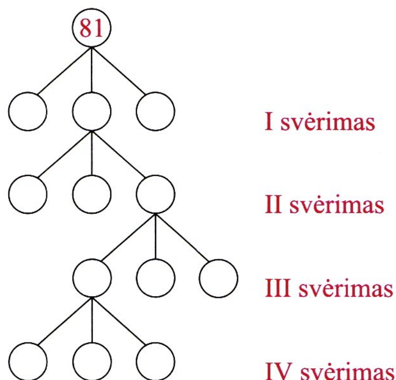
Sprendimas. Ant svarstyklių lėkštelių padedame po tris monetas, o tris monetas atidedame. Jeigu kuri nors lėkštelė pakyla, tai ant jos ir yra lengvesnioji moneta. Jei svarstyklės pusiausviros, tai lengvesnė moneta yra tarp trijų atidėtų. Taigi nustatėme trejetą monetų, tarp kurių yra netikra. Dabar ant lėkštelių dedame po vieną monetą iš to trejeto ir vieną atidedame. Jei viena lėkštelė pakyla, tai ant jos yra lengvesnė moneta, o jei svarstyklės pusiausviros, tai lengvesnė moneta yra atidėta.





5. Iš 27 monetų viena yra netikra, truputį sunkesnė už kitas. Pakilojus neįmanoma jos atskirti nuo tikrųjų. Kaip nustatyti netikrą monetą, tris kartus sveriant lėkštinėmis svarstyklėmis be svarsčių?

6. Tarp 81 iš pažiūros vienodos monetos viena yra truputį lengvesnė už kitas. Kaip keturis kartus sveriant lėkštinėmis svarstyklėmis be svarsčių nustatyti lengvesniąją monetą? Sprendimą pateikite schema, įrašydami monetų skaičių skrituléliuose.



7. Tarp 76 iš pažiūros vienodų monetų viena yra lengvesnė. Kaip keturis kartus sveriant lėkštinėmis svarstyklėmis be svarsčių surasti lengvesniąją monetą?

8. Turime iš pažiūros vienodas monetas, tarp kurių viena yra netikra (ji šiek tiek skiriasi iš kitų savo mase). Kaip nustatyti, ar ji sunkesnė, ar lengvesnė už kitas? Leidžiama sverti lėkštinėmis svarstyklėmis be svarsčių ne daugiau kaip du kartus. Išspręskite uždavinį imdami:
a) 30 monetų; b) 35 monetas.

9. Iš penkių maišelių su monetomis keturiuose monetos yra tikros (kiekvienos masė 10 g), o viename — netikros (kiekvienos masė 11 g). Kaip vieną kartą sveriant svarstyklėmis su svarsčiais nustatyti, kuriame maišelyje yra netikros monetos?

10. Turime 4 panašias monetas. Trys iš jų sveria 5 g, ketvirta moneta yra kitokios masės. Kaip naudojantis lėkštinėmis svarstyklėmis ir vienu 5 g svareliu dukart sveriant surasti netikrą monetą ir nustatyti, sunkesnė ji ar lengvesnė už kitas?



3 Išpilstyk skysčius

PAVYZDYS. Turime 10 litrų talpos indą, pripiltą pieno, ir tuščius 7 ir 3 litrų talpos indus. Kaip naudojantis šiais indais padalyti pieną pusiau?

Sprendimas. Vienas iš galimų pilstymo variantų pateiktas lentelėje.

10 ℓ	10	3	3	6	6	9	9	2	2	5
7 ℓ	0	7	4	4	1	1	0	7	5	5
3 ℓ	0	0	3	0	3	0	1	1	3	0

Pamėginkite patys padalyti pieną pusiau pilstydami mažiau kartų.

11. Kaip pasemti 4 litrus vandens, turint tik du indus: 3 ir 5 litrų?

12. Turime 24 litrų indą, pilną vandens, ir 3 tuščius indus, kurių talpa 13, 11 ir 5 litrai. Padalykite vandenį į tris lygias dalis. (Pasistenkite tai padaryti kuo mažiau pilstydami.)

13. Yra trys 25 ℓ talpos indai. Į vieną indą įpilta 11 ℓ, į antrą — 7 ℓ, į trečią — 6 ℓ vandens. Į kiekvieną indą galima įpilti iš kito indo dar tiek vandens, kiek jame jau yra. Kaip pilstyti vandenį, kad visuose induose jo pasidarytų po lygiai?

14. Statinėje yra 30 ℓ benzino. Kaip pasemti iš jos 6 ℓ benzino, turint 9 ℓ ir 5 ℓ talpos kibirus?

15. Du turistai susitiko moterį su dviem pilnais 15 ℓ talpos bidonais pieno. Turistai turėjo 5 ℓ ir 4 ℓ talpos indus, o norėjo nusipirkti po 2 ℓ pieno. Moteris tuoj pat pripylė prašomą kiekį. Kaip ji tai padarė?



16. Turime dvi tuščias 5 ir 8 kibirų talpos statines ir dvylikos kibirų statinę, pilną vandens. Kaip perpilti vandenį į dvi statines po lygiai?

4 Perrink ir surask sprendinius

Šiame ir kituose šio skyrelio uždaviniuose skirtingos raidės žymi skirtingus skaitmenis, o vienodos — tą patį skaitmenį.

PAVYZDYS. Iššifruokite sudėtį:

$$\begin{array}{r} \text{P E N K I} \\ +\ \text{P E N K I} \\ \hline \text{D E Š I M T} \end{array}$$

Vienas iš sprendinių yra:

$$\begin{array}{r} 74265 \\ +\ 74265 \\ \hline 148530 \end{array}$$

17. Pavyzdyje pateiktas „penketų" sumavimo uždavinys turi penkis sprendinius. Suraskite kitus keturis sprendinius.

18. Iššifruokite:

a) $\begin{array}{r} \text{B}\,2 \\ \times\ 7\,\text{B} \\ \hline 6396 \end{array}$

b) $\begin{array}{r} \text{A B} \\ \times\ \text{A} \\ \hline \text{C C C} \end{array}$

c) $\begin{array}{r} \text{B} \\ \text{A A A A} \\ +\ \text{A A A A} \\ \text{A A A A} \\ \hline \text{B A A A A} \end{array}$

d) $AB^{A/B} = BCAC$; čia $C = A + B$

19. Parašykite septynis aritmetinio rebuso sprendinius.

$$\begin{array}{r} \text{Š A L N A} \\ +\ \text{Š A L N A} \\ \text{Š A L N A} \\ \hline \text{K L A I D A} \end{array}$$

20. Skaičiai a, b ir c tenkina lygybę $|a| = b^2(b - c)$, be to, vienas iš jų yra teigiamas, vienas neigiamas ir vienas lygus nuliui. Kuris iš skaičių yra teigiamas, kuris neigiamas ir kuris lygus nuliui?

5 Mėgstantiems geometriją

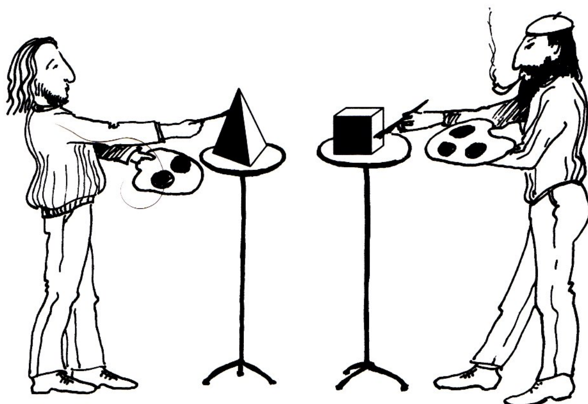
21. Kampo viduje paimtas taškas. Kiek yra atkarpų, kurių galai būtų kampo kraštinėse ir kurias taškas dalytų pusiau? Kaip atsakymas priklauso nuo taško padėties?
Nurodymas. Galite paimti liniuotę su padalomis, pridėti ją prie duotojo taško, sukioti ir stebėti, kaip kinta atkarpos.

22. Kampo viduje paimtas taškas. Kiek yra atkarpų, kurių galai būtų kampo kraštinėse ir kurias taškas dalytų santykiu 1 : 2? Kaip atsakymas priklauso nuo taško padėties?
Nurodymas. Žr. 21 uždavinio nurodymą.

23. Taisyklingojo trikampio viduje paimtas taškas. Kiek yra atkarpų, kurių galai būtų trikampio kraštinėse (arba viršūnėse) ir kurias tas taškas dalytų pusiau? Kaip atsakymas priklauso nuo taško pasirinkimo?
Nurodymas. Remkitės 21 uždaviniu.

24. Kiek skirtingų geometrinių kūnų galima sukonstruoti iš 3 kubelių, glaudžiant juos sienomis vieną prie kito taip, kad sutaptų glaudžiamų sienų briaunos. (Laikome, kad geometriniai kūnai nesiskiria, kai juos galima sutapdinti vartant ir stumdant.) Ištirkite atvejį su 4 kubeliais.

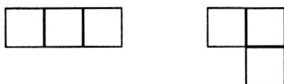
25. a) Keliais skirtingais būdais galima nudažyti tetraedrą naudojant tik dvi (tris) spalvas? (Viena siena dažoma viena spalva.)
b) Ištirkite, keliais skirtingais būdais galima nudažyti kubą naudojant tiktai dvi spalvas; tris spalvas.



26. Jei du lygūs kvadratai turi bendrą kraštinę, tai sakysime, kad turime *domino*.



Jei trys lygūs kvadratai sujungiami taip, kad kiekvienas turėtų bent vieną bendrą kraštinę su kitu kuriuo nors kvadratu, tai sakysime, kad turime *trimino*.



Jei keturis lygius kvadratus jungsime pagal aukščiau išvardytas taisykles, tai turėsime *tetramino*.
Yra 5 skirtingi tetramino (figūros laikomos skirtingomis, jei jų negalima sutapdinti).
Nupieškite kiekvieną tetramino.

27. Ant stalo yra n vienodų monetų, neliečiančių viena kitos. Monetą vadinsime *laisva*, jei ją galima nustumti nuo stalo nepalietus kitų monetų. Kiek mažiausiai gali būti laisvų monetų? (Eksperimentuokite su monetomis arba braižykite vienodo spindulio apskritimus.)

a) Koks bus atsakymas, kai $n = 1$?
b) Koks bus atsakymas, kai $n = 2$?
c) Ar gali kuri nors moneta būti nelaisva, kai $n = 3$?
d) Ant stalo — keturios monetos ($n = 4$). Ar gali kuri nors moneta būti nelaisva? Ar gali būti nelaisvos dvi monetos?
e) Pratęskite tyrimą. Pabandykite sugalvoti bendrą atsakymą visiems atvejams.

Nurodymas. Pavyzdžiui, jei turime 6 monetas, tai gali būti keturios laisvos monetos:



6 Karpyk ir dėliok ...

28. Dviem tiesėmis padalykite trikampį į:
a) du trikampius ir vieną penkiakampį;
b) du trikampius ir vieną keturkampį;
c) du trikampius, vieną keturkampį ir vieną penkiakampį;
d) tris trikampius, vieną keturkampį.

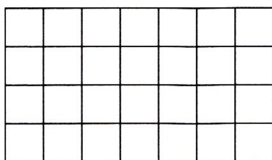
29. a) Perkirpkite lygiašonį trikampį į dvi dalis taip, kad iš jų būtų galima sudėti stačiakampį.
b) Tą patį padarykite su statiuoju trikampiu.
c) Sukarpykite bet kokį trikampį į keturias dalis taip, kad iš jų būtų galima sudėti stačiakampį.
d) Sukarpykite bet kokį trikampį į tris dalis taip, kad iš jų būtų galima sudėti stačiakampį.

30. Pabandykite sukarpyti lygiakraštį trikampį į 2 (3, 4, 6, 8, 12 ir 16) lygius trikampius.

31. Iškirpkite iš languoto popieriaus du lygius stačiuosius trikampius. Įvairiai dedant šiuos trikampius vieną prie kito lygiomis kraštinėmis, galima sudaryti keletą figūrų. Languoto popieriaus lape pamėginkite nubrėžti kelias figūras, kurios gaunamos taip jungiant trikampius. Ką bendra turi sudarytos figūros?

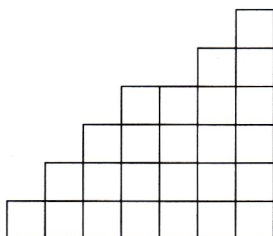
32. Paimkite stačiakampį popieriaus lapą. Pamėginkite jį perkirpti į dvi dalis, iš kurių būtų galima sudėti trikampį. Ar galima jį perkirpti į dvi dalis, iš kurių būtų galima sudėti lygiagretainį? O trapeciją?

33. Iš languoto popieriaus iškirptas pavaizduotas stačiakampis, kurį sudaro 28 kvadratėliai. Jį reikia sukarpyti į 4 vienodas dalis (dalys laikomos vienodomis, kai uždėtos viena ant kitos sutampa). Keliais būdais galima atlikti šią užduotį? (Tikrai yra ne mažiau kaip 3 būdai.) Žinoma, stačiakampį nebūtina karpyti, patogu piešti languotame popieriuje.

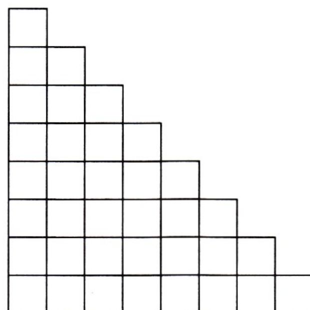


34. Duotąją figūrą padalykite į tris dalis taip, kad iš jų galima būtų sudėti kvadratą (dalijimo linijos gali eiti tik kvadratėlių kraštinėmis).

a)

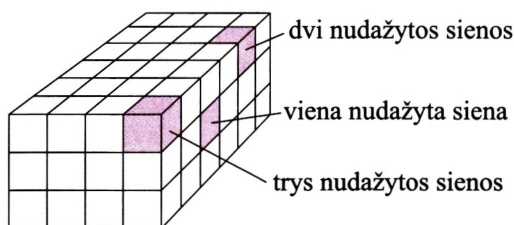


b)

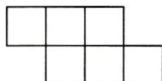


35. Iš vienetinių kubelių sudėtas $5 \times 5 \times 5$ matmenų kubas ir nudažytas jo paviršius. Tas kubas išardytas. Kelių kubelių bus nudažytos lygiai trys sienos (dvi sienos; viena siena; nė vienos sienos)? Sudarykite lentelę ir surašykite joje gautas reikšmes, kai vienetinių kubelių matmenys yra $2 \times 2 \times 2$, $3 \times 3 \times 3$, $4 \times 4 \times 4$ ir t. t. Gal galite nustatyti bendras formules, kai kubelių matmenys yra $n \times n \times n$?

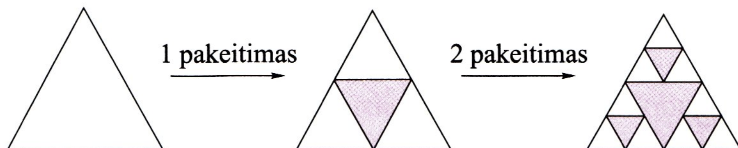
36. Stačiakampio gretasienio formos tašelio matmenys yra 6 cm, 4 cm ir 3 cm. Jo paviršius nudažytas. Tašelis supjaustytas į kubelius, kurio kiekvieno briauna 1 cm (žiūr. brėž.). Kiek yra kubelių, turinčių nudažytas:
a) tris sienas; b) dvi sienas; c) vieną sieną; d) nė vienos sienos?



37. Figūra, pavaizduota piešinyje, sudėta iš vienetinių kvadratų. Jos perimetras lygus 12. Ar galima prie jos pridėti dar kelis vienetinius kvadratus, kad naujos figūros perimetras būtų 18? (Naują kvadratą galima pridėti tik taip, kad jo bent viena kraštinė sutaptų su jau esamo kvadrato kraštine ir kad figūroje neatsirastų „skylių“.)
Kiek mažiausiai vienetinių kvadratų reikia šiam tikslui pasiekti?
Kiek daugiausiai vienetinių kvadratų galima pridėti, kad gautos figūros perimetras būtų 18?



38. Turime lygiakraštį trikampį. Pirmu žingsniu kiekvienoje jo kraštinėje pažymimi vidurio taškai ir sujungiami, tada gautasis trikampis nuspalvinamas. Antru žingsniu tas pats atliekama su kiekvienu nenuspalvintu trikampiu ir t. t.
Kokia pradinio trikampio dalis lieka balta, atlikus 5 tokius pakeitimus?

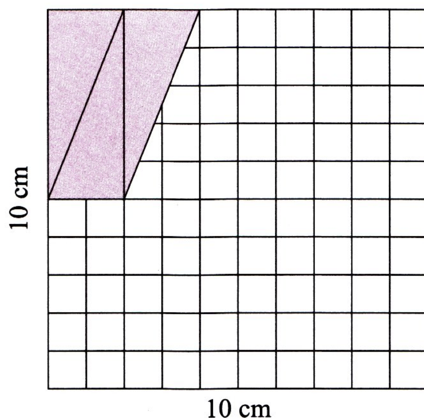


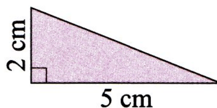
39. 16 kvadratų sunumeruoti popieriaus lape taip, kaip parodyta piešinyje.

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

Gulintis ant stalo popierius (jo negalima apversti ir sukinėti) lenkiamas keturis kartus tokia tvarka:
1) užlenkiama viršutinė pusė ant apatinės;
2) užlenkiama apatinė pusė ant viršutinės;
3) užlenkiama dešinė pusė ant kairiosios;
4) užlenkiama kairė pusė ant dešiniosios.
Kokiu numeriu pažymėtas kvadratas yra viršuje po 4-to sulenkimo?

40. Kiek reikėtų tokių stačiųjų trikampių kaip dešinėje pavaizduotasis, kad tiksliai galėtume uždengti:
a) kvadratą, kurio kraštinės ilgis yra 10 cm;
b) kubo, kurio briaunos ilgis yra 20 cm, paviršių?

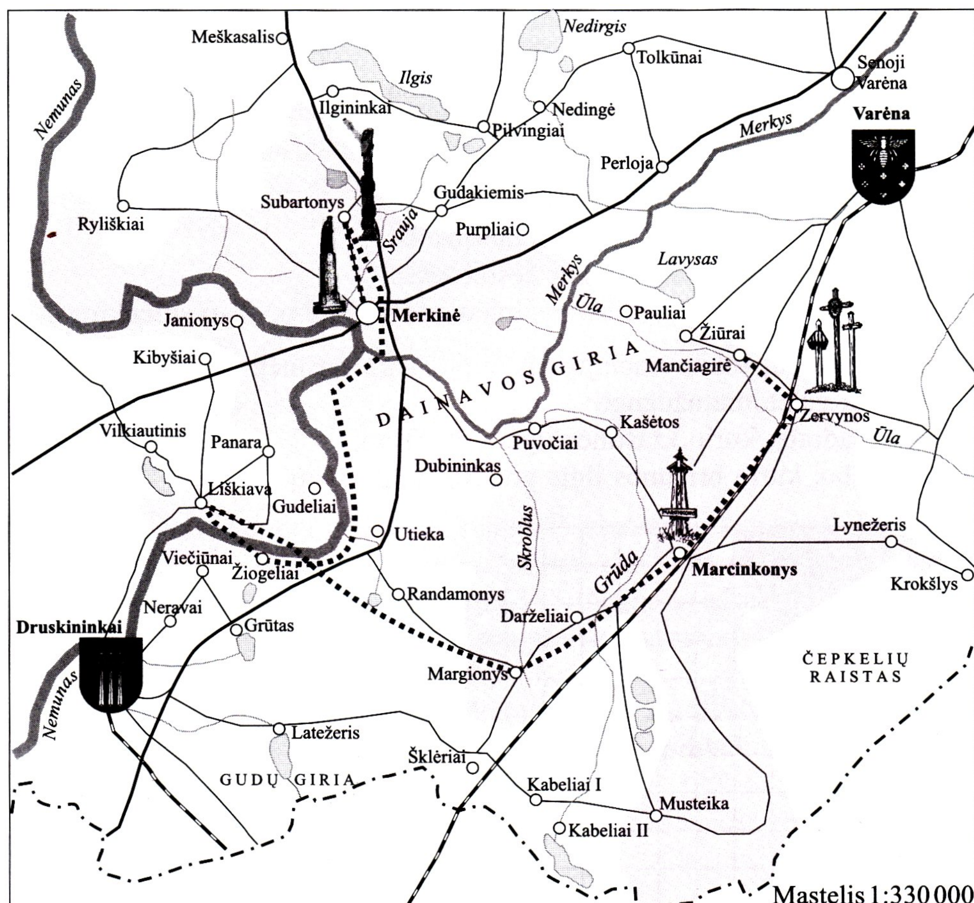




Ekskursija po Dzūkijos nacionalinį parką

Tenai,
Kur pušelių
Žalia garbana,
Kur Nemuno juosta
Ir sesių daina,
Ten skraido kalneliuose
Smiltis gelsva. . .
Tenai ežerų vainike
Dainava.

A. Matutis



Maloniai kviečiame aplankyti gražiausias Dzūkijos krašto vietas, susipažinti su istorine jų praeitimi, tradicijomis ir kultūra.

Kelionės metu, žvelgdami į senovinių sodybų pastatus, mažosios architektūros darbus — stogastulpius, nurodykite pastebėtus erdvinius geometrinius kūnus.

• Ruošdamiesi kelionei, susipažinkime su Dzūkijos nacionaliniu parku.

Dzūkijos nacionalinis parkas įkurtas 1991 m. turtingiausiose gamtiniu ir kultūriniu požiūriu Alytaus, Lazdijų ir Varėnos rajonų žemėse. Apie 50 tūkst. ha plotą užima miškai, daugiausia pušynai, žaliu kilimu dengiantys smėlėtą Dainavos lygumą su žemyninėmis kopomis ir kalvotą Dzūkų aukštumą. Parke gausu vandens telkinių: srovena 30 upių (nuo upokšnių iki Lietuvos upių tėvo — Nemuno), tyvuliuoja 46 ežerai. Ties Merkine į Nemuną įteka Merkys — antroji pagal dydį parko upė, kurios ilgis 203 km. Parke auga daugiau kaip 700 rūšių aukštesniųjų augalų: tarp jų apie 300 rūšių grybų, 45 — samanų ir 15 — kerpių. Parko teritorijoje gyvena apie 40 rūšių žinduolių: tarp jų 4 kanopinių rūšys, 11 — plėšriųjų, 13 — graužikų.

1. *Nubraižykite parko augalų rūšių skritulinę diagramą ir žinduolių stulpelinę diagramą.*

• Kelionę pradėsime Merkinėje — senojoje Dainavos krašto sostinėje, kuri garsi savo istorine praeitimi ir reto grožio kraštovaizdžiais. Prie Nemuno ir Merkio žmonės gyveno nuo neatmenamų laikų. Dubičių, Maksimonių, Lynežerio akmens amžiaus gyvenvietėse rasta daug akmeninių darbo ir kovos įnagių: ovalių kirvelių, grąžtelių, žeberklų ašmenėlių, strėlių trikampių antgalių, gremžtukų, rėžtukų, peilių.

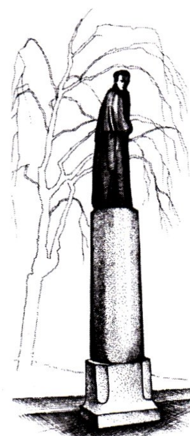




Merkinė pirmą kartą paminėta 1359 m. Novgorodo metraštyje kaip viena svarbiausių Rytų Europos XIV a. tvirtovių. XIV–XVI a. šiose vietose ilsėdavosi ir medžiodavo Lietuvos didieji kunigaikščiai. Nuo XVI a. pradžios Merkinė turėjo Magdeburgo teises, išliko du miesto ribą žymintys stulpai, statyti 1579 m. Seniau prie jų buvo pritvirtintas Merkinės miesto herbas — mitinis vienaragis. Senoji Merkinės dalis — urbanistikos paminklas su išlikusiu originaliu gatvių tinklu, aikšte, pastatais. Gotikinė, vėliau įgijusi ankstyvojo baroko bruožų, Šv. Mergelės Marijos ėmimo į dangų bažnyčia — architektūros paminklas, joje yra 11 dailės paminklų.

2. *Apskaičiuokite Merkinės bažnyčios tvoros aukštį ir ilgį (žinodami savo žingsnio ilgį).*

Merkinėje yra namas, kuriame 1648 m. mirė Lietuvos didysis kunigaikštis ir Lenkijos karalius Vladislovas Vaza.
1882 m. mieste buvo įsteigta rusiška mokykla, kurią kelias žiemas lankė būsimasis rašytojas Vincas Krėvė-Mickevičius. 1994 m. mokyklos kiemelyje buvo pastatytas V. Krėvės paminklas.



3. *Kokias erdvines figūras įžvelgiate V. Krėvės paminkle?*

• Šiaurinėje nacionalinio parko dalyje plyti V. Krėvės raštuose įamžintos Subartonių kaimo apylinkės. Subartonių kaimas ryškiausiai atstovauja laukų dzūkams. Tai gatvinis valakinio tipo kaimas, 1933 m. išskirstytas į vienkiemius. Senojo kaimo viduryje stovi graži dzūkiška troba, kurioje gimė ir augo rašytojas V. Krėvė. Kaimo žmonių pasakojimai, Dainavos krašto padavimai, apylinkių piliakalniai, ežerai, gūdūs miškai nuo vaikystės įstrigo rašytojo atmintin ir įkvėpė jį parašyti geriausius kūrinius.

4. *Apskaičiuokite kiemelio, kuriame yra V. Krėvės-Mickevičiaus memorialinis muziejus, plotą ir įvertinkite, kiek procentų to ploto užima pastatai.*

• Gerokai paėjėję palei Nemuną, pasiekiame — Žiogelius. Tai panemunės dzūkų kaimas, įsikūręs dešiniajame Nemuno krante, Mašnyčios upelio ir Nemuno santakoje. Kaime išlikusi bene seniausia Lietuvoje pirminė planinė padriko kupetinio tipo gyvenvietės struktūra. Šis kaimas turi senas sielininkų ir medienos apdorojimo tradicijas.

• Kitoje Nemuno pusėje matyti Liškiava — taip pat senas kaimas, įsikūręs Liškiavos piliakalnio viršuje. Manoma, kad Liškiavos kaimas apgyventas ir dvaras pastatytas XV a. Liškiavos piliakalnis yra į pietvakarius nuo Liškiavos, jame stūkso nebaigtos statyti mūrinės bažnyčios bokštas. Liškiavos pilis, skirtingai negu kitos gynybinės pilys, buvo pradėta statyti kairiajame Nemuno krante. Mūrinės pilies statyba nutrūko laimėjus Žalgirio mūšį, nes atslūgo kryžiuočių antpuoliai.



• Dar kartą kirtus Nemuną ir nuėjus geroką kelio galą, pasirodo Margionys — kaimas, garsus savo kultūrinėmis tradicijomis, klojimo teatru. Iš šio kaimo laukų šaltinių išteka skaidrus ir vandeningas 18 km ilgio Skroblaus upelis. Skroblus — vandeningiausias Dzūkijos nacionalinio parko upelis, Lietuvos upelių karalius. Upelio pradžioje vandens nuotėkis sudaro 50, o prie Merkio — 700 litrų per sekundę. Kito tokio vandeningo upelio, kurį maitina tik versmės,

Lietuvoje nėra. Gilūs ir statūs, eglėmis apaugę upelio šlaitai karo metais buvo gera priedanga žmonėms nuo okupantų.

5. *Kiek kartų vandens nuotėkis Skroblaus pabaigoje yra didesnis negu jo pradžioje?*

6. *Kiek litrų vandens per ketvirtį valandos prateka Skroblaus žiotimis?*

• Kitas mūsų sustojimas — Marcinkonys — ilgiausias Lietuvos kaimas, kuriam pradžią davė XVI a. miško žvalgų gyvenvietė. XIX a. antrojoje pusėje, nutiesus Varšuvos–Sankt Peterburgo geležinkelį, Marcinkonys pradėjo sparčiai augti. Čia įsikūręs Dzūkijos nacionalinio parko informacijos centras. Marcinkonys garsūs savo etnografiniu ansambliu, juose yra Etnografinis ir Čepkelių valstybinio rezervato muziejai, Simono ir Judo Tado bažnyčia, pastatyta apie 1880 m. Tai medinės architektūros paminklas, šventoriuje ir bažnyčioje yra net dešimt dailės paminklų. Marcinkonys — didelis kaimas. Kad būtų lengviau orientuotis, marcinkoniškiai sugalvojo atskirų dalių pavadinimus: Gaidžiai, Naujadvarė, Naujaliai, Kužuliai.



7. *Nurodykite Marcinkonių bažnyčios fasade galimas simetrijos ašis ir jų atžvilgiu simetriškas figūras.*



• Zervynos — savitas, unikalus 48 sodybų kaimas, Dzūkijos nacionalinio parko dalis. Jo pavadinimas kilęs iš jotvingių kalbos žodžio „zerventi“ — „srauniai tekėti“. Per Zervynas teka gražioji Gudų girios upė Ūla, aukštupyje vadinama Pelesa, kurios ilgis — 85 km. Viena iš atodangų ties Zervynomis siekia net 25 m aukštį. Ūlos slėnyje įsikūrusiuose etnografiniuose kaimuose randama titnago ir akmens dirbinių. Zervynų kaime yra labai senų trobesių, stovinčių apie 100 metų, vienas jų kirviu nutašytas prieš 200 metų.

8. *Nurodykite Ūlos ilgį centimetrais. Užrašykite šį skaičių standartine išraiška.*

• Artėja mūsų kelionės pabaiga. Kertame Dzūkijos nacionalinio parko teritorijos ribą ties Mančiagire. Lik sveika, gražioji Dzūkija, Krėvės apdainuota, liaudies padavimais apipinta.

9. *Pagal pateiktą žemėlapį apytiksliai apskaičiuokite ekskursijos po Dzūkijos nacionalinį parką maršruto ilgį.*

Skyrelių „Pasitikrinkite“ uždavinių atsakymai

7

1. a) 5; b) 22; c) 4; d) $2\frac{9}{17}$; e) 8; f) 10; g) $1\frac{1}{4}$; h) $\frac{2}{3}$.

2. a) 49 ir 25; b) 70 ir -10.

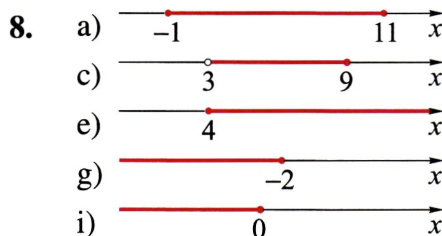
3. 15 cm, 15 cm, 18 cm.

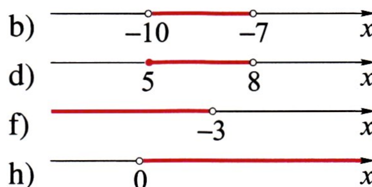
4. a) $a > b$; b) $a > b$; c) $a < b$; d) $a = b$.

6. a) $14{,}5 > 3{,}5$; $-3 > -14$; $7\frac{1}{2} > -3\frac{1}{2}$;
b) $-14 < -3$; $-3 < 8$; $-15{,}5 < -4{,}5$;
c) $16 > -10$; $-12{,}8 < 8$; $0{,}4 > -0{,}25$;
d) $-16 < 10$; $8 > -5$; $240 > -150$.

7. a) -5; -1; 0; b) 0; 2,5; 10.

8.



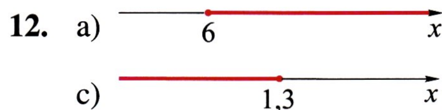


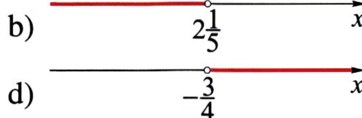
9. a) 17; b) 22; c) -1; d) 0.

10. a) 5; b) -3; c) 3; d) 0.

11. a) $(-8; +\infty)$; b) $(-\infty; 15]$; c) $(-\infty; 3)$; d) $[3; +\infty)$.

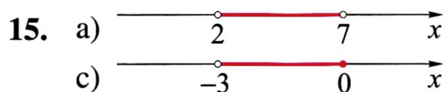
12.





13. a) $y \leqslant 2$; b) $y > 3$; c) $y \geqslant 1{,}25$; d) $y < -\frac{1}{2}$.

14. a) $m > 8$; b) $m < -2\frac{1}{5}$; c) $m < -7$; d) $m \geqslant -7$.

15. a) c)


b) −4 10 x

d) Sprendinių nėra

16. a) $x \in (-4; 2)$; b) sprendinių nėra; c) $x \in [0; +\infty)$; d) sprendinių nėra.

17. a) 0; 1; b) 4, 5, 6; c) −4; −3; −2; −1; d) −3; −2; −1; 0; 1.

18. Dviratininkas važiuoja didesniu kaip 17 km/h, bet mažesniu kaip 19 km/h greičiu.

19. a) $-2 \leqslant x \leqslant 2$; b) $-3 < x < 1$; c) $3 < x \leqslant 5$; d) $9 < x \leqslant 14$; e) $8 < x \leqslant 20$; f) $-12 < x < 0$.

20. Mažesnė už 20 cm.

21. a) Dvi; b) vieną; c) nei vienos.

22. a) $9a^2 - 30ab + 25b^2$;
b) $4x^2 + 28xy + 49y^2$;
c) $\frac{1}{4} - \frac{1}{3}b + \frac{1}{9}b^2$;
d) $1\frac{11}{25}a^2 + 5\frac{19}{25}ab + 5\frac{19}{25}b^2$.

23. $KL \nparallel MN$, nes, pavyzdžiui, $\angle KLP = 68°$, o $\angle NMP = 70°$ $(68° \neq 70°)$.

24. $AB = BD$, nes $\triangle ABC = \triangle DBC$ pagal kraštinę ir du kampus prie jos.

25. a) 140 cm; b) 1200 cm^2; c) 3 : 4.

26. a) 49;
b)

Mįslių skaičius	2	3	4	5	6	7	8
Dažnis	10	12	9	7	2	3	6

c) ≈ 4;

27. a) 36; b) $1\frac{3}{4}$; c) $-4\frac{3}{4}$; d) 9.

28. **D**.

29. 331 cm^3.

8

2. b) 10 cm.

5. 2) Lygiašonė trapecija;
3) trapecijos įstrižainės AB_1 ir B_1A yra simetriškos tiesės l atžvilgiu, todėl jos yra lygios.

6. **A** ir **C**.

7. a) Taškas C yra atkarpos AB vidurio statmens ir tiesės d susikirtimo taškas;
b) taškus A ir B pasirinkę taip, kad atkarpos AB vidurio statmuo būtų lygiagretus vienai kampo kraštinei, gausite vieną trikampį. Taškus A ir B pasirinkę taip, kad atkarpos AB vidurio statmuo kirstų abi kampo kraštines, gausite du trikampius.

8. *Nurodymas.* Raskite taškui A simetrišką tašką A_1 tiesės l atžvilgiu. Nuo atkarpos AA_1 ir tiesės l susikirtimo taško O tiesėje l atidėkite dvi atkarpas $OB = OC = OA$.

9. Viena ašis — trikampio kraštinės vidurio statmuo, o kitos dvi — trikampio kampų pusiaukampinės.

11. b) *Nurodymas.* Įrodykite, kad trikampiai AOB ir OA_1C yra simetriški centro O atžvilgiu.

12. a) Lygiagretainis; b) smailusis lygiašonis trikampis ($AC = BC$), statusis trikampis ($\angle C = 90°$), statusis lygiašonis trikampis ($\angle C = 90°$).

14. H, I, N, O, S, Z.

17. a) Simetrijos centras; b) vertikalioji simetrijos ašis;
c) vertikalioji ir horizontalioji simetrijos ašys, simetrijos centras;
d) simetrijos centras; e) simetrijos centras;
f) vertikalioji simetrijos ašis; g) horizontalioji simetrijos ašis.

18. *Nurodymas.* Taškas M yra atkarpų AB ir CD vidurio statmenų susikirtimo taškas. Jeigu minėti statmenys yra lygiagretūs, tokio taško M nėra.

19. a) $x = 5$, $y = 5\sqrt{3}$; b) $x = 12$, $y = 6\sqrt{3}$; c) $x = 4\sqrt{3}$, $y = 8\sqrt{3}$.

20. $\frac{11\sqrt{3}}{2}$ cm^2.

21. a) $(-12; 2]$; b) sprendinių nėra.

22. a) $3(3x-2)(1-x)$; b) $(2-3x)(1+3x)$; c) $(x-2)(x+3)$; d) $a(a-5)^2$.

23. a) $80x + 100$ ir $85{,}5x$; b) ne mažiau 19 virdulių.

9

1. a) $f(0) = 4$, $f(-1) = -1$, $f(2) = 14$; b) $f(0) = -1$, $f(-1) = -\frac{1}{2}$, $f(2) = -5$; c) $f(0) = 0$, $f(-1) = -\frac{1}{4}$, $f(2) = \frac{4}{5}$.

2. b) $d(4) = 4\sqrt{2}$, $d(2\sqrt{2}) = 4$; c) 3 cm.

3. a) $S(x) = 90 - 6x$; b) $S(1{,}5) = 81$, $S(5) = 60$; c) 7,5 cm; d) 10 cm.

4. a) 99 cm; b) 3 metai, 7 metai, 10 metų; c) 27 cm.

5. a) Apibrėžimo sritis $[-5; 6]$; reikšmių sritis $[-1{,}5; 3]$;
b)

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
y	$-1{,}5$	1,3	2,8	2,6	1	-1	$-1{,}5$	$-0{,}6$	0,6	1,2	1,4	1,5

6. a) Važiuojant 50 km/h greičiu stabdymo kelias: $\approx$ 100 m apledėjusiu keliu, 70 m šlapiu keliu ir 30 m sausu keliu. Važiuojant 60 km/h greičiu — atitinkamai 140 m, 90 m ir 40 m;
b) ne didesniu kaip 35 km/h, 45 km/h ir 78 km/h.

7. a) A — taip, B — taip, C — ne, D — ne;
b) M — ne, N — taip, P — ne, Q — taip.

8. a) $18{,}75x$; b) ne (pripildom tik 2,25 t); c) per 40 min.

9. a) $\frac{1}{25}$; b) 7,8 kg; c) 310 m. **10.** a) $\approx 207\,\ell$; b) $0{,}6\,\ell$, $14{,}4\,\ell$, $432\,\ell$.

11. a) Kambario tūris 62,22 m^3. Reikalingas šildytuvas, skirtas 75 m^3 kambariui šildyti; b) 99,16 Lt.

12. $x = 5$; $y = 10\sqrt{3}$. **13.** $\frac{100\sqrt{3}}{3}$ ploto vienetų.

14. $P = 42 + 6\sqrt{3}$, $S = 72 + 18\sqrt{3}$. **15.** a) Statusis; b) nestatusis.

16.

Tikrasis plotas	30 a	3,2 ha	1,5 ha	2,5 km^2
Mastelis	1 : 1000	1 : 40 000	1 : 2000	1 : 10 000
Plotas žemėlapyje	30 cm^2	20 mm^2	37,5 cm^2	2,5 dm^2

17. a) (3; 1), (1; 3), (2; 2); b) (3; 6), (6; 3), (4; 5), (5; 4); c) (4; 6), (6; 4), (5; 5); d) (6; 5), (5; 6).

18. a) $2\sqrt{3} = 3\sqrt{1\frac{1}{3}}$; b) $\frac{1}{2}\sqrt{8} < 3\sqrt{\frac{1}{3}}$.

19. 90 saldainių; didesnių dėžučių reikia 3, o mažesnių — 5.

20. a) -1, 0, 1; b) 4, 5, 6.

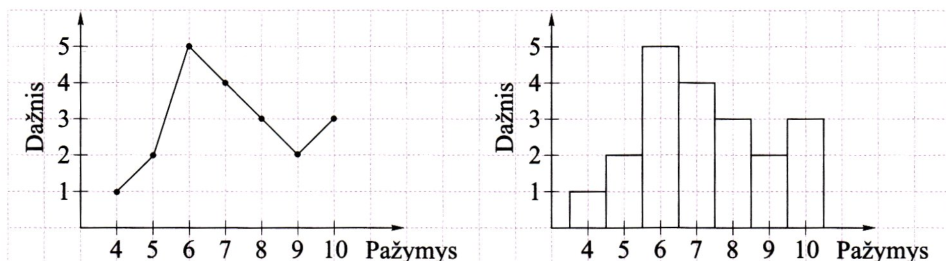
21. a) 50; b) $4x^2$; c) $5xy$.

22. a) 4, 5, 5, 6, 6, 6, 6, 6, 7, 7, 7, 7, 8, 8, 8, 9, 9, 10, 10, 10;

Pažymys	4	5	6	7	8	9	10
Dažnis	1	2	5	4	3	2	3

b) 6;

c)



d) vidurkis lygus 7,2; mediana lygi 7.

10

1. a) 20 cm $<P<$ 24 cm; b) 4 cm $<P<$ 8 cm.

2. a) Tarp 3,65 mln ir 3,74 mln; b) tarp 3,6 mln ir 3,8 mln.

3. a) $3{,}9 \approx 4$; 0,1; b) $65{,}43 \approx 65{,}4$; 0,03; c) $1{,}257 \approx 1{,}26$; 0,003.

4. a) $8{,}24 \approx 8{,}2$; 0,04; $\frac{1}{205}$; b) $9{,}35 \approx 9{,}4$; 0,05; $\frac{1}{188}$;
c) $10{,}29 \approx 10{,}3$; 0,01; $\frac{1}{1030}$.

5. 0,1 mm; 4,6 mm, 4,8 mm; 4,6 mm $<d<$ 4,8 mm.

6. **A** $\frac{1}{176}$; **B** $\frac{1}{139}$; tikslesnis matavimas **A**.

7. a) Absoliutinės paklaidos mažesnės negu 1 mm; b) santykinės paklaidos mažesnės negu $\frac{1}{50}$; $\frac{1}{1625}$; c) tikslesnis stalo ilgio matavimas 32,5 karto.

8. a) 61 kt; 2,905 kt; b) 54,02 hℓ; 0,37 hℓ; c) 27 mg; 950 mg;
d) 620 μm; 9 μm.

9. a) 12 000 000 t $= 1{,}2 \cdot 10^7$ t; b) 7600 $\ell = 7{,}6 \cdot 10^3\,\ell$;
c) $4{,}250\,\ell = 4{,}25\,\ell$; d) 0,0000003 m $= 3 \cdot 10^{-7}$ m.

11. a) $\approx 31\,\text{cm}^2$; b) $\approx 47\,\text{cm}^2$.

12. a) Aštuonmečių apklausta 31, dvylikamečių — 52.
b) *Nurodymas*. Patartina duomenis vaizduoti stulpeline diagrama.

13. *Nurodymas*. Iš viso yra 9 skirtingi apsirengimo būdai.

14. a) $5 - 4 \times 6 + 3$; b) $5 + 4 - 6 \times 3$; c) $5 \times 4 - 6 + 3$; d) $5 - 4 + 6 \times 3$;
e) $5 \times 4 + 6 - 3$; f) $5 + 4 \times 6 - 3$.

15. Kas 180 m.

16. $P = 32 + 2\sqrt{194}$; $S = 54$.

11

1. a) 0,8 Lt; b) 32 000 batonų.

2. a) 1050 tūkst. Lt; b) 2000 Lt.

3. a) 13,5 Lt; b) 103,5 Lt; c) $103{,}5n$ Lt; d) $13{,}5n$ Lt.

4. a) 9,6 Lt; b) 80 Lt; c) 1600 Lt.

5. a) 14,7 Lt, 35%; b) 8,5 Lt, 18%; c) 1,98 Lt, 65%; d) 320 Lt, 104 Lt.

6. a) 2220 Lt; b) 1780 Lt.

7. a) 3393 Lt; b) 107 Lt.

8. a) 3675 Lt; b) 808,5 Lt; c) 4483,5 Lt; d) 53 802 Lt; e) 9702 Lt.

9. a) 2200 Lt; b) 800 Lt.

10. a) 130 Lt; b) 20,8 Lt.

11. a) 46 Lt; b) 43,24 Lt.

12. a) $0{,}85x$ Lt; b) $0{,}7225x$ Lt.

13. a) $b^2 + 10b + 25$; b) $2x^4 - 3x^3 + 4x^2$; c) $x^2 - 100$.

14. a) $x \leqslant -1$; b) $z < 2$.

15. a) $-\frac{5}{36}$; b) 81.

16. a) $x(x - y)$; b) $(x - 7)(x + 7)$; c) $(x + 4)^2$; d) $(y - x)(5 + y)$.

17. a) 5 cm; b) $24\,\text{cm}^2$; c) 4,8 cm.



Pirmąjį vadovėlio leidimą
parėmė Atviros Lietuvos fondas


ISBN 9986–546–75–3